

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
EKONOMICKÁ FAKULTA

KATEDRA FINANCÍ

Ocenění derivátů na elektřinu na energetické burze Nord Pool

Electricity derivatives valuation on the Nordic electricity market

Student: Bc. Lucie Valuchová

Vedoucí diplomové práce: prof. Dr. Ing. Zdeněk Zmeškal

Ostrava 2009

„ Místopřísežně prohlašuji, že jsem celou práci včetně příloh vypracovala samostatně.“

Obsah

1	Úvod.....	4
2	Charakteristika trhu s elektrickou energií na burze Nord Pool.....	5
2.1	<i>Specifika elektrické energie.....</i>	5
2.2	<i>Regulace trhu s elektrickou energií.....</i>	6
2.3	<i>Skandinávský trh s elektrickou energií.....</i>	7
2.3.1	Poptávka po elektrické energii.....	9
2.3.2	Nabídka elektrické energie.....	10
2.3.3	Faktory ovlivňující cenu elektrické energie ve Skandinávii.....	11
2.3.4	Rizika trhu s elektrickou energií.....	13
2.4	<i>Kontrakty elektroenergetického trhu.....</i>	14
2.4.1	Standardizované kontrakty.....	14
2.4.1.1	Spotové obchody.....	14
2.4.1.2	Futures obchody.....	15
2.4.1.3	Opční obchody.....	15
2.4.2	Mimoburzovní obchody.....	16
2.4.2.1	Kontrakty se zafixovanou cenou a objemem.....	16
2.4.2.2	Indexované kontrakty a cross-market obchody.....	17
2.4.2.3	Plovoucí kontrakty.....	17
2.4.2.4	Contracts for Difference.....	17
2.4.2.5	Swing opce.....	18
2.4.2.6	Interruptible kontrakty.....	18
2.4.2.7	Weather deriváty.....	18
2.5	<i>Skandinávská energetická burza Nord Pool.....</i>	19
2.5.1	Spotový trh burzy Nord Pool – Nord Pool Spot AS.....	20
2.5.2	Finanční trh burzy Nord Pool – Nord Pool ASA.....	21
2.5.2.1	Futures kontrakty.....	21
2.5.2.2	Forwardové kontrakty.....	23
2.5.2.3	Contracts for Difference.....	24
2.5.2.4	Opční kontrakty.....	27
2.5.2.5	Emisní povolenky a emisní redukce.....	28

3	Metody oceňování derivátů na elektřinu.....	29
3.1	<i>Oceňování forwardů na elektřinu.....</i>	29
3.2	<i>Metody oceňování opcí na elektrickou energii.....</i>	30
3.3	<i>Typologie stochastických procesů.....</i>	31
3.3.1	Wienerův proces.....	31
3.3.2	Itoův proces.....	31
3.3.3.	Brownův pohyb.....	32
3.3.4	Mean reversion procesy.....	33
3.3.4.1	Ornstein-Uhlenbeckův model.....	33
3.3.4.2	Schwartzův model.....	34
3.3.5	Jump diffusion procesy.....	34
3.3.5.1	Mertonův jump diffusion model.....	35
3.3.5.2	Jump diffusion model s mean reversion procesem.....	35
3.4	<i>Statistický odhad.....</i>	36
3.4.1	Metoda nejmenších čtverců.....	36
3.4.2	Statistická verifikace mean-reversion modelu.....	37
3.4.3	Testování normality reziduí.....	38
3.5	<i>Blackův model.....</i>	39
3.5.1	Určení vstupních parametrů Blackova modelu.....	40
3.6	<i>Simulace Monte Carlo.....</i>	41
3.6.1	Simulace Monte Carlo geometrického Brownova pohybu.....	42
3.6.2	Simulace Monte Carlo Ornstein-Uhlenbeckova mean reversion modelu.....	42
3.6.3	Simulace Monte Carlo Schwartzova mean reversion modelu.....	43
3.7	<i>Procedura inverzní transformace.....</i>	43
4	Aplikace a ověření modelů oceňování derivátů na elektřinu na burze Nord Pool.....	44
4.1	<i>Popis oceňovaných derivátů.....</i>	44
4.2	<i>Vývoj ceny podkladového aktiva.....</i>	45
4.3	<i>Odhad procesu podkladového aktiva včetně jeho parametrů.....</i>	46
4.4	<i>Výběr procesu podkladového aktiva.....</i>	48
4.5	<i>Ocenění opcí podle Blackova modelu.....</i>	51
4.6	<i>Ocenění opcí pomocí simulace Monte Carlo.....</i>	56
4.7	<i>Shrnutí ocenění opcí.....</i>	61

5	Závěr.....	64
	Seznam použité literatury.....	67
	Seznam zkratk.....	70
	Seznam tabulek, obrázků a grafů.....	71
	Prohlášení o využití výsledků diplomové práce.....	73
	Seznam příloh.....	74

1 Úvod

Život bez elektrické energie si nyní nedokážeme představit. Elektrická energie má zejména tu výhodu, že je univerzálním typem energie, který se dá využívat v mnoha oblastech lidské působnosti. Trh s elektrickou energií prochází v posledních dvou desetiletích velkými změnami zejména v souvislosti s postupnou liberalizací trhu. Ceny tak již v mnoha evropských zemích nejsou určovány pomocí regulátora, ale tvoří se na základě tržních principů. S rozvojem finančních derivátů se zároveň s určitým časovým zpožděním rozvíjí i trh s deriváty na elektrickou energii, jehož činnost dále podporují stále nově vznikajícími energetické burzy.

Přestože se evropský trh s elektrickou energií postupně integruje, zůstává stále regionálně oddělen. Lze tak hovořit samostatně o trhu skandinávském, britském, trhu střední a východní Evropy apod. Z těchto trhů se považuje trh skandinávský za nejvíce vyspělý. Obchoduje se na něm s největším objemem elektrických derivátů na světě. Téměř naprostá většina těchto kontraktů se uzavírá na skandinávské energetické burze Nord Pool, která funguje jako první mezinárodní burza na světě a slučuje národní trhy s elektrickou energií skandinávských zemí, jako jsou Norsko, Švédsko, Finsko a Dánsko.

Cílem diplomové práce je ověření metod ocenění derivátů na elektrickou energii aplikovaných na ocenění opčních kontraktů s podkladovým aktivem ve formě forwardového kontraktu, které jsou reálně obchodované na skandinávské energetické burze Nord Pool.

Diplomová práce je rozčleněna do tří kapitol. První kapitola bude zaměřena na podrobný popis trhu s elektrickou energií na burze Nord Pool. Nejprve budou charakterizovány specifické vlastnosti elektrické energie jako specifické komodity. Stěžejní částí kapitoly bude detailní charakteristika elektroenergetického trhu ve Skandinávii včetně charakteristiky tamější energetické burzy Nord Pool spolu s podrobným představením kontraktů obchodovaných na této burze.

V druhé kapitole bude podán odborný matematicko-statistický aparát nutný k ocenění opčních kontraktů. Nejprve budou charakterizovány jednotlivé stochastické procesy typické pro elektroenergetický trh. Dále budou podrobně popsány jednotlivé metody ocenění opcí.

Třetí kapitola bude věnována praktické aplikaci oceňovacích modelů popsaných v druhé kapitole na reálná data skandinávské energetické burzy Nord Pool. Cílovou skupinou oceňovaných derivátů budou evropské forwardové call a put opce na elektrickou energii.

2 Charakteristika trhu s elektrickou energií na burze Nord Pool

Obsahem této kapitoly bude popis základních charakteristik a zdůraznění specifík trhu s elektrickou energií. Druhou stěžejní oblastí této kapitoly bude seznámení se skandinávskou energetickou burzou Nord Pool a finančními kontrakty uzavíranými na této burze.

2.1 Specifika elektrické energie

Elektrická energie vzniká přeměnou jiné energie na energii elektrickou. K hromadné výrobě elektrické energie dochází v elektrárnách. Ty se podle druhu primárního zdroje vnější energie rozlišují na vodní, tepelné, jaderné, větrné apod. Elektrická energie se vyrábí v množství daném její spotřebou. Samotné elektroenergetické odvětví se člení do čtyř základních skupin odpovídajícím čtyřem fázím vertikálního vzájemně závislého procesu nezbytného pro produkci a finálně i k dodání elektrické energie pro konečného spotřebitele. Tyto čtyři fáze procesu value added chain, od kterých se odvíjí i nákladová kalkulace cen elektrické energie, jsou:

1. výroba neboli produkce elektrické energie v elektrárnách,
2. přenos čili transport elektrické energie o vysokém napětí pomocí přenosové sítě,
3. distribuce neboli transport a dodání elektrické energie konečným zákazníkům pomocí distribuční sítě s nižším napětím,
4. prodejní a fakturační činnost.

Elektrická energie je považována za specifickou komoditu, která se odlišuje od tradičních finančních instrumentů i od ostatních energetických zdrojů. Obchodování s elektrickou energií je podstatně složitější než obchodování s běžnými cennými papíry. Zároveň se elektrická energie liší energetických komodit jakou je ropa, zemní plyn a uhlí, se kterými se hojně obchoduje na komoditních burzách. Tyto komodity lze chápat jako substituty elektrické energie a zároveň jako komplementy, poněvadž se mohou spolupodílet na výrobě elektrické energie.

Základní specifičnost elektrické energie spočívá v její neskladovatelnosti. Je však nutné zmínit, že skladování elektřiny je prakticky možné využitím přečerpávacích elektráren, přičemž vodní nádrže představují potencionální skladiště elektrické energie. Jejich využití je však limitované z důvodu nedostatečné kapacity a vysoké nákladovosti. Proto má tato

možnost skladování převážně zanedbatelný význam na celkové chování cen elektrické energie.

Další omezení elektrické energie jako specifické komodity spočívá v omezení přenosu a distribuce elektrické energie. Toto omezení je dané kapacitou přenosové a distribuční sítě, geografickým omezením dodávek z důvodu neexistence spojení, vysoké nákladovosti, či vysokým ztrátám při přenosu elektrické energie na dlouhou vzdálenost.

2.2 Regulace trhu s elektrickou energií

V minulosti byl trh s elektrickou energií centralizován na národní úroveň s cílem zabezpečení dodávek dostatečného množství produkce. Elektroenergetické odvětví bylo charakterizováno vysoce vertikální tržní strukturou s monopolním postavením, přičemž výroba a přenos elektrické energie byly sjednoceny pod jedinou společností. Stejně tak vypadala i situace se sjednocením distribuce a prodeje elektrické energie. Nicméně, během posledních dvaceti let začala značná část zemí Evropské unie odvětví elektroenergetiky více či méně restrukturalizovat a deregulovat a trh s elektřinou se tak do značné míry liberalizoval. Nejprve došlo k liberalizaci trhu ve Velké Británii a Walesu v roce 1989, dále pak v roce 1991 v Norsku, v roce 1995 ve Švédsku, v roce 1997 ve Finsku, v roce 1999 ve Španělsku a Německu. Podpůrnou součástí deregulace odvětví se stala direktiva Evropské unie 96/92/EC týkající se vnitřního trhu s elektřinou. V této direktivě jsou obsaženy obecná pravidla pro výrobu, přenos a distribuci elektrické energie a dále ustanovení o oddělení monopolních prvků podnikání v elektroenergetické odvětví od tržně konkurenčního segmentu podnikání. Výsledkem procesu deregulace na trhu s elektrickou energií by mělo být komerční oddělení neboli tzv. unbundling elektrické energie jako produktu od přenosu elektrické energie jako služby.

V současné době je oblast výroby elektrické energie liberalizována v několika evropských zemích, jako je například Česká republika, Německo nebo skandinávské země. Ceny vyrobené silové elektřiny se stanovují na energetických burzách či mimoburzově na bilaterálním principu na OTC¹ trzích. Zároveň všichni odběratelé včetně domácností mohou uplatnit právo volby dodavatele elektrické energie. Na druhé straně přenosový a distribuční systém se stále považuje za přirozený monopol fungující na národní úrovni jednotlivých států např. ČEPS v České republice. Důvodem je především uplatnění vysokých

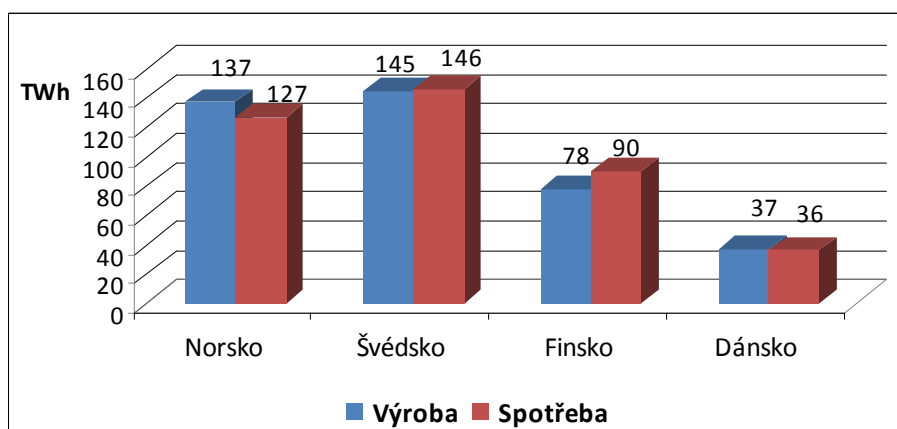
¹ OTC (Over the Counter)

úspor z rozsahu, v důsledku čehož nemůže být v této oblasti do značné míry konkurence vybudována.

2.3 Skandinávský trh s elektrickou energií

Skandinávský trh s elektrickou energií se skládá se zemí Norsko, Švédsko, Finsko a Dánsko. Tyto severské země jsou specifické vyšší spotřebou elektrické energie z důvodu nižších celoročních teplot a vytápění velkého počtu domácností elektrickou energií. Celková produkce elektřiny na skandinávském trhu činila v roce 2007 397,2 TWh, přičemž celková spotřeba byla ve výši 400,6 TWh. Na následujícím grafu 2.1 je zobrazena roční výroba a spotřeba v jednotlivých skandinávských zemích za rok 2007.

Graf 2.1 Výroba a spotřeba elektrické energie ve Skandinávii v roce 2007

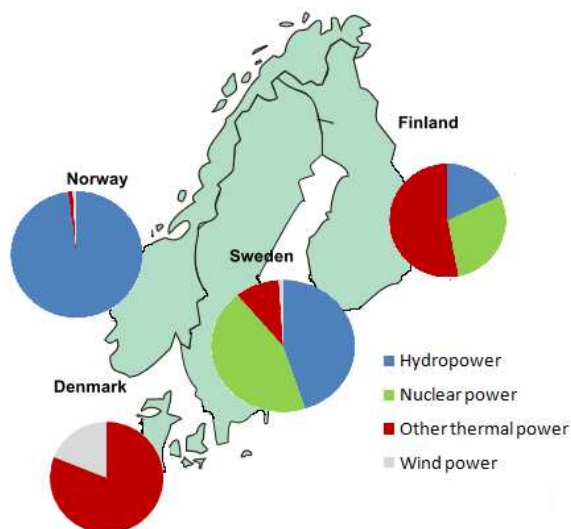


Skandinávský trh s elektrickou energií je specifický výrazným podílem elektrické energie generované z vodních zdrojů, který je více než nad poloviční a v roce 2007 zaujímal 55 %. Energie generovaná z jaderných zdrojů tvoří 20 % celkové generované elektřiny stejně jako energie generovaná v tepelných elektrárnách, která má stejný podíl. Zbývající minoritní avšak objemově výrazný podíl zaujímá elektrická energie generovaná ve větrných elektrárnách. V tabulce 2.1 a na obrázku 2.1 je zobrazeno a popsáno rozložení vyrobené elektrické energie podle zdrojů v jednotlivých skandinávských zemích.

Tab. 2.1 Podíl jednotlivých typů výroby elektřiny ve Skandinávii

Typ výroby	Norsko	Švédsko	Finsko	Dánsko
Vodní elektrárny	98%	45%	18%	0%
Jaderné elektrárny	0%	44%	29%	0%
Tepelné elektrárny	1%	10%	53%	81%
Větrné elektrárny	1%	1%	0%	19%

Obr. 2.1 Rozložení výroby elektřiny ve Skandinávii dle typu výroby



Zdroj: www.nordicenergyregulators.org

Vodní energie tvoří téměř stoprocentní podíl v Norsku, téměř padesátiprocentní podíl ve Švédsku a pětinnový podíl ve Finsku. Elektrická energie produkovaná z vodních zdrojů je tedy specifická pro severní část Skandinávie. V Dánsku má naopak dominantní postavení energie generovaná v tepelných elektrárnách, výrazný podíl zaujímá i větrná energie.

Mezi největšího výrobce elektrické energie ve Skandinávii patří švédská společnost Vattenfall AB, která má čtyřicetiprocentní tržní podíl ve Švédsku a více než sedmnáctiprocentní tržní podíl na celém skandinávském trhu. Druhou největší energetickou společností je finská společnost Fortum Oy. Třetí největší společnost z hlediska výroby je E.ON Sverige AB, která je z většiny (55,3 %) vlastněna německou společností E.ON a zbývající podíl vlastní norská energetická společnost Statkraft, která drží třetinový tržní podíl na celkové výrobě elektrické energie v Norsku.

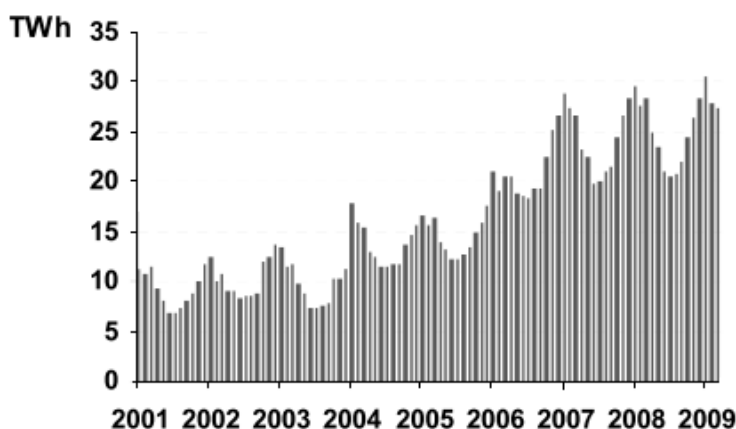
V každé skandinávské zemi působí státní společnosti s monopolním postavením zabývající se přenosem elektrické energie, jedná se o tzv. Transmission System Operators², konkrétně jde o společnost Statnett v Norsku, společnost Svenska Kraftnät ve Švédsku, společnost Energinet.dk v Dánsku a společnost Fingrid ve Finsku. Všechny tyto TSO's sdružuje společnost Nordel, jež monitoruje toky elektrické energie ve skandinávské oblasti. Regulace skandinávského trhu probíhá zvláště na národní úrovni jednotlivých států jejími regulačními úřady zároveň i celkově jako regulace celého skandinávského trhu společností NordREG. Na skandinávském trhu působí také důležitá instituce, kterou je energetická burza Nord Pool určená pro obchodování s elektrickou energií a emisními povolenkami.

² Transmission System Operators (TSO's)

2.3.1 Poptávka po elektrické energii

Obecně poptávka ukazuje vztah poptávaného množství statku nebo služby na jeho ceně. Na trhu s elektrickou energií je poptávka neelastická k cenovým změnám, z důvodu nezbytnosti elektrické energie, jak pro domácnosti, tak i pro průmysl. Charakteristickým znakem poptávky po elektrické energii je zároveň její fluktuace během různých časových úseků. Kolísání poptávky v průběhu roku souvisí zejména s topnou sezónou, která svého vrcholu ve většině evropských zemí dosahuje v zimních měsících. Naopak například v americkém státě Kalifornie je vrcholu dosaženo v letních měsících, kdy dochází k maximálnímu využívání klimatizací. V následujícím grafu 2.2 je možné pozorovat kolísání měsíčního obrátu spotového trhu s elektrickou energií na burze Nord Pool od roku 2001 do začátku roku 2009, přičemž je zde patrné pravidelné kolísání s rostoucí tendencí s vrcholem v zimních měsících a s poklesem během letních měsíců.

Graf 2.2 Měsíční obrat na spotovém trhu burzy Nord Pool od roku 2001 do roku 2009

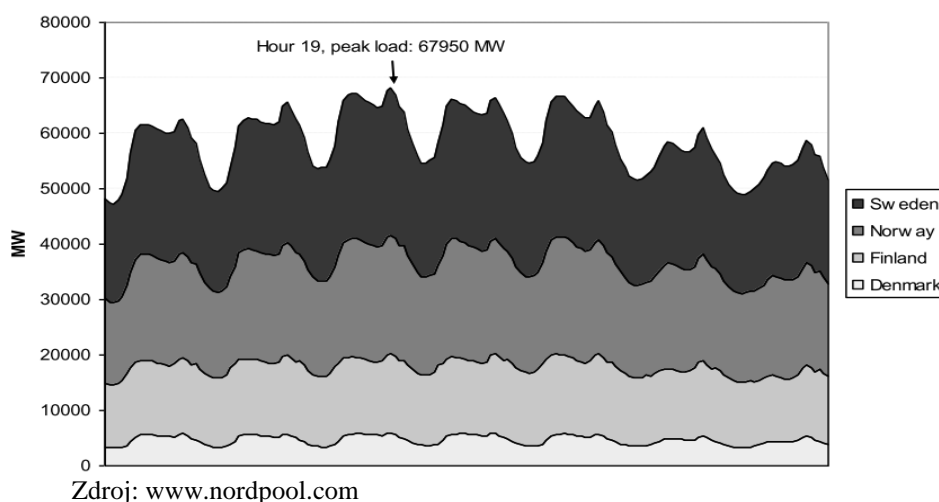


Zdroj: www.nordpoolspot.com

Poptávka po elektrické energii není stabilní i v průběhu dne. Z tohoto důvodu se rozlišují tzv. peak hours a off-peak hours. Peak hours jsou hodiny, během nichž existuje zvýšená poptávka související s pracovní dobou podniků, svícením, vařením, využíváním PC a televize, zatímco off-peak hours představují zbývající hodiny v průběhu dne s nižší registrovanou poptávkou. Rozdíl poptávky je také znatelný i v průběhu týdne, kdy lze pozorovat rozdíl mezi objemem poptávaného množství elektrické energie během pracovních dnů oproti víkendu, dnům pracovního klidu, státních svátků, kdy je průmyslová výroba omezena.

Na grafu 2.2 je zobrazen vývoj spotřeby elektrické energie v průběhu 8. týdne roku 2007 v jednotlivých skandinávských zemích. Lze si zde povšimnout zřetelného rozdílu ve spotřebě elektřiny během pracovních dní oproti víkendu. Vývoj spotřeby během dne má pravidelný vývoj. Spotřeba elektrické energie klesá v nočních hodinách, první ranní vrchol koresponduje příchodem lidí do práce, odpolední vrchol ve spotřebě koresponduje s návratem lidí z práce, následným zapnutím televizorů a aktivitami jako jsou vaření, praní, či zvýšené vytápění.

Graf 2.2 Spotřeba elektrické energie během 8. týdne roku 2007 v jednotlivých skandinávských zemích

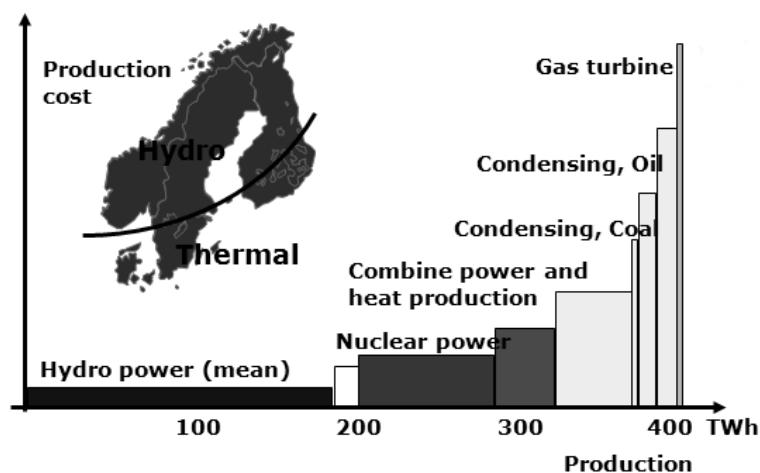


Pro úplnost je nutné uvést, že i mimořádné výkyvy v počasí způsobují náhlé a dramatické výkyvy v poptávce. Tyto výkyvy jsou však dočasné, a jakmile odezní příčiny, vrátí se poptávka na svou normální úroveň.

2.3.2 Nabídka elektrické energie

Obecně je nabídka definována jako závislost nabízené produkce na ceně. Nabídka elektrické energie souvisí s náklady produkce, primárně je určena mezními náklady produkce. Výrobní jednotky pro výrobu elektrické energie jsou v praxi uspořádány v závislosti na celkovém objemu produkce, jež musí být překročen, aby tyto jednotky mohly být uvedeny do provozu. V grafu 2.3 jsou zobrazeny náklady jednotlivých typů výroby elektrické energie a jejich podíl na celkové produkci elektrické energie.

**Graf 2.3 Náklady jednotlivých druhů výroby elektřiny
v závislosti na celkové produkci**



Zdroj: www.nordpool.com

Na grafu lze pozorovat převažující podíl elektrické energie generované z vodních elektráren na území Skandinávie a nižším zastoupení elektrické energie generované z tepelných elektráren. V levé části grafu jsou zobrazeny zdroje vodní a jaderné, které patří mezi relativně levné zdroje s nižší flexibilitou a s vyšší časovou náročností, které slouží k uspokojení průměrné poptávky. V pravé části grafu jsou umístěny vysoce flexibilní zdroje uhlí, ropy a zemního plynu sloužící k uspokojení nadstandardní poptávky.

2.3.3 Faktory ovlivňující cenu elektrické energie ve Skandinávii

Jako na kterémkoliv jiném trhu se cena elektrické energie tvoří interakcí nabídky a poptávky. Prakticky vypadá situace tvorby ceny elektrické energie následovně, pokud spotřeba elektrické energie vzroste podstatně více než růst výroby, poptávka tak předčí nabídku a při omezenosti skladování elektrické energie nastane rovnováha pouze při růstu ceny elektrické energie. Na cenu elektrické energie ve Skandinávii působí následující vlivy:

- počasí a teplotní podmínky,
- přenosová kapacita elektrické energie,
- ekonomické faktory,
- ceny vstupních faktorů při výrobě elektrické energie.

Polovina elektrické energie ve Skandinávii je vyráběna ve vodních elektrárnách. Proto úroveň vodních srážek představuje významný faktor pro tvorbu cen elektřiny. V případě vydatných srážek či mohutných oblev se ve vodních nádržích akumuluje více vody, která pak

roztáčí turbíny více než obvykle, a tím dochází k růstu nabídky elektrické energie. Proto, obecně vzato, zvýšení množství srážek bude mít za ceteribus paribus důsledek snížení ceny elektrické energie.

Důležitým faktorem, který ovlivňuje denní poptávku po elektrické energii, je také teplota. Ve Skandinávii se třetina obydlí vytápí pomocí elektrické energie, tudíž v případě chladného počasí se poptávka po elektrické energii zvyšuje, což má za následek růst cen elektrické energie.

Nedostatečná kapacita v přenosové soustavě může také zvýšit cenu elektřiny. Skandinávský trh je zároveň svázán s ruským, německým i polským trhem s elektřinou. Ceny v těchto zemích bude proto ovlivňovat i skandinávské ceny. Převážně elektrická energie proudí ze Skandinávie v letech hojných na dostatek vodních srážek, opačný směr toku elektrické energie nastává po dobu suchých let.

Skandinávský trh s elektřinou je ovlivněn fluktuací cen jiných surovin a devizovým trhem, primárně evropským, ale do určité míry i světovým. Většina cen surovin se uvádí v amerických dolarech. Při oslabení dolaru se snižují například náklady na pořízení uhlí, to může podporovat export elektřiny z německých elektráren používajících uhlí do Skandinávie a zapříčinit pokles skandinávských cen elektřiny při předpokladu, že předtím byly vysoké. Hospodářské cykly jako je expanze či recese také ovlivňují spotřebu elektřiny a tím i obchodování s elektřinou a její ceny.

Energetické zdroje jakou jsou uhlí, ropa či uran zabírají významný podíl při výrobě elektřiny v Dánsku, Švédsku a Finsku, ceny těchto surovin, nejen v závislosti na vývoji devizového kurzu, jsou velmi významným faktorem pro tvorbu ceny elektřiny. Zejména je nutné zdůraznit význam jaderné energie ve Skandinávii, která zaujímá třicetiprocentní podíl na celkovém objemu elektrické energie vyprodukovaném na tomto území. Jakýkoliv odstávka či výpadek jaderných elektráren má okamžitý efekt na nabídku a tím i na cenu elektřiny.

Také ceny emisních povolenek a emisních redukcí mají vliv na ceny elektrické energie. V případě, že ceny emisních povolenek či redukcí rostou, výroba elektřiny z paliv jako je uhlí či zemní plyn je dražší a náklady na tuto výrobu rostou. Cena emisních povolenek se jako nákladová položka uhelných elektráren promítne do cen elektrické energie zejména v období, kdy se energie z těchto zdrojů vyrábí ve zvýšené míře.

2.3.4 Rizika trhu s elektrickou energií

Dříve regulované elektroenergetické prostředí s monopolním postavením nebylo vystaveno mnoha rizikům, které poté s vlnou deregulace a postupného otevíráním trhů konkurenčnímu prostředí vyvstaly. Rizika elektroenergetického trhu mohou být rozdělena do dvou oddělených skupin, a to na tradiční rizika finančních trhů a na specifická rizika elektroenergetického trhu.

Mezi tradiční rizika na finančních trzích patří cenové riziko, kreditní riziko, vypořádací riziko, riziko likvidity a operační riziko. Cenové riziko souvisí s nepříznivými pohyby a volatilitou tržních cen. Dopadá na všechny účastníky trhu a dá se zajistit pomocí termínovaných obchodů s futures, s forwardy, popřípadě s opčními či swapovými kontrakty. Kreditní riziko neboli úvěrové riziko souvisí s nebezpečím neplnění finančních závazků. Vypořádací riziko tzv. settlement risk je riziko, že jedna strana neobdrží od protistrany peněžní prostředky nebo instrument ve stanovené době. Riziko likvidity se pojí s nemožností přeměny fyzického aktiva do likvidní podoby. Operační riziko neboli provozní riziko je spojeno s chybou lidského činitele a technických systémů.

Mezi specifická rizika elektroenergetického trhu patří objemové riziko, riziko počasí, riziko báze, technické riziko, riziko regulace a politické riziko.

S objemovým rizikem je spojena možná ztráta způsobená nepřesnou předpovědí o potřebném množství elektrické energie, dále neočekávanými výpadky produkce či nepředvídanými změnami počtu zákazníků. Velikost dopadu těchto faktorů pak významně ovlivňuje možnost zapojení alternativních zdrojů nebo likviditu derivátového trhu a rychlost přizpůsobení se nově požadovanému množství.

Rizikem báze se rozumí riziko změny vzájemného cenového vztahu mezi dvěmi či více obchodovanými komoditami. Riziko báze je funkcí nabídky a poptávky, místa dodání, kvality, času. Závisí na vzájemné korelaci spotového a termínovaného trhu. Riziko báze se člení na:

- cash/futures riziko – riziko výrazné odchylky ceny futures kontraktu od ceny elektrické energie ve stejné časové periodě na fyzickém trhu, což může být způsobeno nelikviditou trhu;
- mezikomoditní cenové riziko – riziko vzájemné změny ceny elektrické energie v porovnání s jinými komoditami, které vystupují vůči ní jako její substituty;
- regionální riziko – riziko změny vztahu mezi cenami elektrické energie v místě odběru a aktuálním místem vlastní spotřeby elektrické energie.

Riziko počasí souvisí s výraznými neočekávanými změnami počasí, jež se okamžitě projeví ve výkyvu poptávky po elektrické energii a následně i v ceně elektrické energie. Technické riziko neboli riziko dodání v případě možnosti nedodání či neodebrání elektrické energie kvůli kapacitním omezením, produkčním nebo distribučním problémům. Riziko regulace souvisí se zavedením nucených neočekávaných změn v systému obchodování s elektrickou energií na spotovém či termínovém trhu. Politické riziko je spojeno s neočekávaným státním rozhodnutím například o pozastavení činnosti určitých bloků jaderných elektráren, které má pak vliv významnou část produkce elektrické energie v dané zemi.

2.4 Kontrakty elektroenergetického trhu

V podstatě rozlišujeme dva druhy kontraktů, standardizované, jež jsou obchodovány na burze, a mimoburzovní tzv. OTC kontrakty, které jsou obchodovány na bilaterálním základě.

2.4.1 Standardizované kontrakty

Existují tři typy standardizovaných obchodů a to, spotové obchody, futures obchody a opce. Tyto obchody jsou vypořádávány v rámci burzy, která zároveň nese kreditní riziko.

2.4.1.1 Spotové obchody

Spotový trh s okamžitým, respektive s velmi brzkým vypořádáním obchodu není v oblasti elektroenergetiky dost dobře realizovatelný. Vzhledem k omezení kapacity přenosové soustavy a nemožnosti samotných elektráren ovlivňovat svůj výstup, je spotový trh příznačněji označován jako day-ahead market neboli trh se zítřejší dodávkou. Spotové obchody představují fyzickou dodávku určitého množství MWh elektrické energie po určitou dobu. Kupující má právo obdržet sjednané množství elektrické energie ve sjednanou dobu a prodávající má povinnost tento objem elektrické energie dodat na stanovené místo. Spotové obchody jsou převážně obchodovány jako hodinové kontrakty (např. na burze Nord Pool, na EEX³, na PXE⁴). Pro spotové obchody je charakteristické obchodování v aukčním režimu, tedy nikoliv na kontinuální bázi.

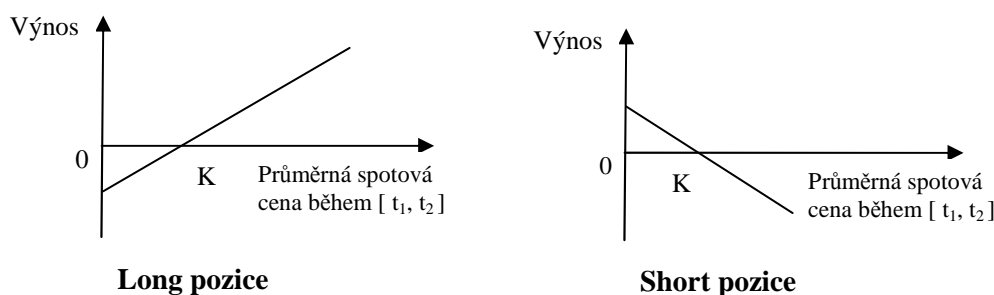
³ The European Energy Exchange (EEX)

⁴ The Prague Energy Exchange (PXE)

2.4.1.2 Futures obchody

Futures na elektrickou energii jsou standardně obchodovány na kontinuální bázi. Jejich základem je spotová cena. Dodání může být buď fyzické, nebo finanční. Dodávkově zaměřený futures představuje nárok kupujícího obdržet 1 MWh elektrické energie během periody $[t_1, t_2]$ a pro prodávajícího představuje závazek dodat toto množství za stanovenou cenu označovanou jako delivery price K . Mnoho energetických burz rovněž nabízí finančně zaměřené futures kontrakty, s kterými není spojena vlastní fyzická dodávka elektrické energie. Zisku, či případné ztráty je dosaženo dle rozdílu mezi průměrnou spotovou cenou během stanoveného intervalu $\frac{1}{t_2 - t_1} \sum_{t_1}^{t_2} S_t$ a delivery price K , přičemž S_t představuje spotovou cenu elektrické energie. Tato situace je zobrazena na níže uvedeném obrázku 2.2.

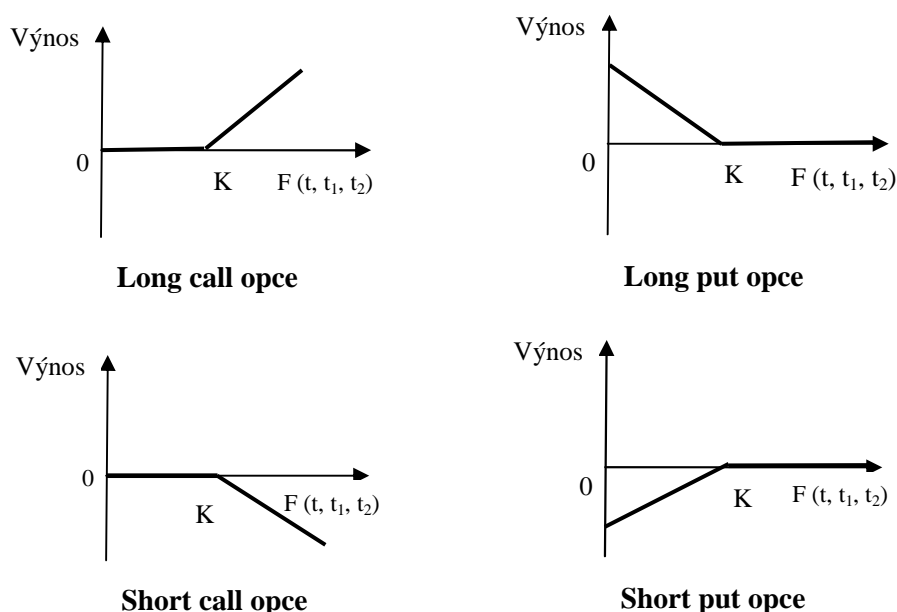
Obr. 2.2 Výnos z krátké a dlouhé pozice u futures



2.4.1.3 Opční obchody

Na evropských energetických burzách jsou obchodovány dva druhy opcí, jmenovitě se jedná o tzv. evropské opce s podkladovým aktivem ve formě futures a dále o asijské opce se spotovou cenou jako základem. Standardně se opce rozlišují na call a put opce. V případě evropské call opce má kupující právo, nikoliv povinnost, koupit podkladové aktivum za delivery price K v době expirace opce T . Naopak kupující evropské put opce má právo, opět nikoli povinnost, prodat podkladové aktivum za realizační cenu K v době expirace opce T . Pokud pomocí $F(t, t_1, t_2)$ označíme tržní cenu podkladového futures v čase t s realizací v $[t_1, t_2]$, kdy $t \leq t_1 < t_2$, pak je výnos call opce v čase T dán vztahem $[F(t, t_1, t_2) - K]^+$ a u put opce vztahem $[K - F(t, t_1, t_2)]^+$. Na následujícím obrázku 2.3 jsou zobrazeny výplaty z krátkých a dlouhých pozic u plain vanilla call a put opcí.

Obr. 2.3 Výplata z krátké a dlouhé pozice u plain vanilla call a put opcí



2.4.2 Mimoburzovní obchody

Oproti poměrně jasné postatě standardizovaných obchodů, OTC obchody mohou být a také v praxi převážně jsou mnohem komplikovanější. Zároveň se s nimi váže vyšší kreditní riziko a vyšší riziko likvidity. Do této skupiny kontraktů řadí značné množství kontraktů od plain forwardů, přes swing opce až po přerušované kontrakty tzv. interruptible contracts, jež jsou obchodovány pouze na bilaterálním mimoburzovním smluvním vztahu účastníků.

2.4.2.1 Kontrakty se zafixovanou cenou a objemem

V praxi se běžně označují jako tzv. bulk kontrakty a jsou využívány k zajištění celkové uživatelské poptávky po elektrické energii. Při tomto kontraktu se prodejce se zavazuje dodat stanovené množství elektrické energie do předem sjednané oblasti v daném časovém horizontu za přesně stanovenou cenu. Z finančního hlediska se v podstatě jedná o forward s fyzickou dodávkou elektrické energie. Výnosová funkce tohoto kontraktu je shodná s futures.

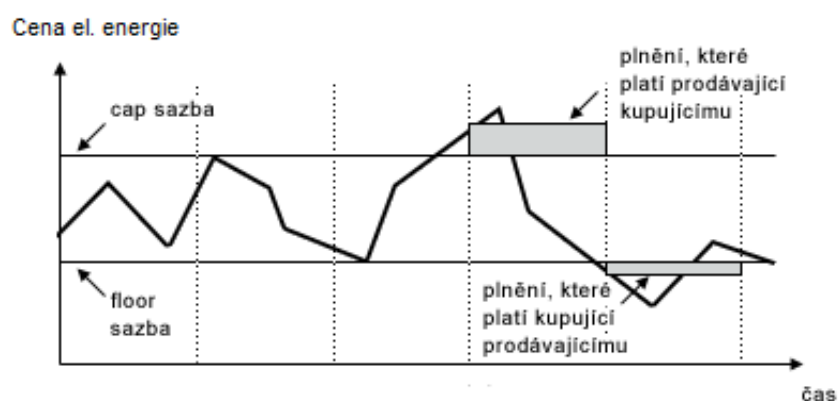
2.4.2.1 Indexové kontrakty a cross-market obchody

Díky indexovým kontraktům si průmysloví spotřebitelé elektřiny zajišťují fixní spread mezi svými náklady a výnosy, neboli si fixují zisk tím, že cena elektřiny jako nákladového vstupu naváže na cenu výstupu produkce. Naopak producenti elektrické energie uzavírají tzv. cross-market obchody kvůli zajištění rizika volatility cen paliv používaných k výrobě elektrické energie.

2.4.2.2 Plovoucí kontrakty

Do této skupiny kontraktů zařazujeme tzv. caps, floors a collars, což jsou opce používané na elektroenergetickém trhu, které slouží k zajištění se proti buď příliš vysoké ceně elektřiny (cap opce), nebo naopak proti velmi nízké ceně elektřiny (floor opce), nebo proti obousměrným nadměrným cenovým výkyvům (kombinace cap a floor opce tzv. collar opce). Využití capu a flooru je zachyceno na grafu 2.5.

Graf 2.5 Využití capu a flooru



2.4.2.4 Contracts for Difference

Poněvadž ceny elektrické energie mohou být v různých lokalitách odlišné, představují právě tzv. contracts for difference možnost zajištění se proti geografickému cenovému riziku. Při tomto obchodě je kupující povinen vyměnit elektrickou energii z předem definované lokality A za elektrickou energii z lokality B za sjednanou cenu K . Tyto kontrakty jsou často založeny na peněžní bázi a jejich výplatní funkce je dána vztahem $(S_A - S_B) - K$, kde S_A představuje spotovou cenu v lokalitě A a S_B cenu v lokalitě B.

2.4.2.5 Swing opce

Tyto obchody představují dohodu o nákupu či prodeji elektrické energie během daného časového období za sjednanou cenu umožňující určitou objemovou a časovou flexibilitu. Tyto kontrakty se skládají ze dvou částí, a to z čistého forwardu a swing opce. Obecná definice swing opce s životností od 0 do T je dána omezením okamžitého zatížení

(load) D_t a celkové energie $\int_0^T D_t dt$ takto:

$$A_1 \leq D_t \leq A_2,$$

$$B_1 \leq \int_0^T D_t dt \leq B_2, \quad \forall t \in [0, T],$$

kde maximum energie A_2 je dáno maximálním výkonem elektrárny, minimum A_1 odpovídá nule, maximum a minimum energie B_2 a B_1 však není předem známé.

2.4.2.6 Interruptible kontrakty

Interruptible kontrakty neboli přerušitelné kontrakty dávají prodejci elektrické energie možnost snížit dodávku v předem definovaných případech za podmínky, že zbývající dodávky budou prodány za nižší cenu. Cenový diskont se poté odvíjí od četnosti výskytu snížení dodávek a od časového předstihu upozornění na toto snížení.

2.4.2.7 Weather deriváty

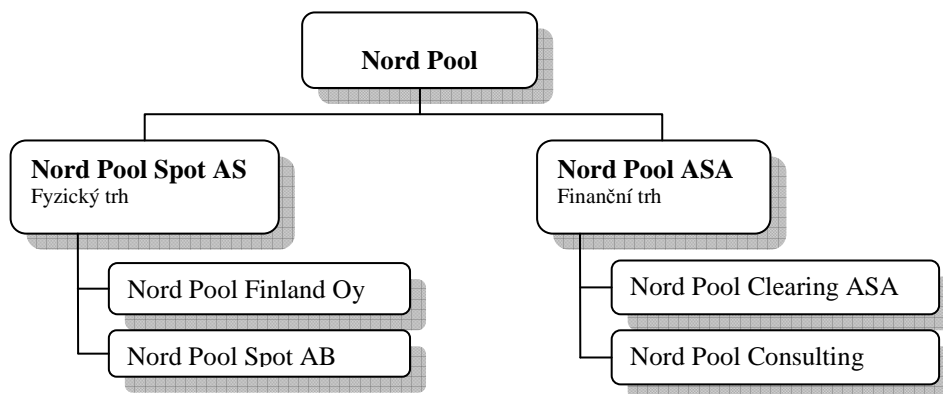
Weather deriváty neboli deriváty na počasí se často používají v elektroenergetice. Jejich účelem je se zajistit proti výkyvům ceny elektrické energie zapříčiněných nadměrnými teplotními výkyvy. V souvislosti s deriváty na počasí se rozlišují tzv. heating degree days (HDD) a cooling degree days (CDD). Heating degree days jsou definovány jako $HDD = (18 - T_{av.})^+$ a cooling degree days jsou definovány jako $CDD = (T_{av.} - 18)^+$. Přičemž $T_{av.}$ představuje průměrnou teplotu ve stupních Celsia v určitý den na určitém území. Hodnota 18 se stanovuje na základě obecného faktu, že pokud klesne teplota pod 18 °C, lidé začínají topit, naopak pokud teplota překročí hranici 18 °C, vzroste využití klimatizací.

2.5 Skandinávská energetická burza Nord Pool

Nord Pool⁵ je první mezinárodní elektroenergetickou burzou na světě sdružující skandinávské země Norsko, Švédsko, Finsko a Dánsko. Burza Nord Pool je burzou s největším objemem obchodovaných derivátů na elektřinu na světě. Dále zaujímá druhé místo s objemem obchodováním s European Union Emission Allowances (EUAs) a s Global Certified Emission Reductions (CERs) v Evropě.

Vzniku burzy Nord Pool předcházelo několik událostí. Důležitou skutečností bylo nabytí účinnosti zákona o norské regulaci trhu s elektrickou energií v roce 1991. Na této platformě začala o dva roky později, v roce 1993, na norském trhu působit elektroenergetická burza Statnett Marked AS. V roce 1996 se k této burze připojilo Švédsko a vznikla tak první mezinárodní elektroenergetická burza na světě, která byla ze Statnett Marked AS přejmenována na Nord Pool ASA. O rok později se začal na burze nabízet clearing některých bilaterálních kontraktů s účelem snížit riziko plnění protistrany. V roce 1998 se k burze připojilo Finsko a v následujícím roce také západní část Dánska. V roce 2000 burza Nord Pool účastnila spoluzaložení první německé energetické burzy Leipzig Power Exchange. Od roku 2002 je burza Nord Pool licencována jako regulovaná burza a zároveň jako clearingové centrum. Skupinu Nord Pool tvoří, jak je zachyceno na obrázku 2.4 hlavní dvě společnosti Nord Pool Spot AS a Nord Pool ASA.

Obr. 2.4 Struktura skupiny Nord Pool



Společnost Nord Pool Spot AS organizuje spotové obchody s fyzickým vypořádáním energetických kontraktů. Tato společnost je vlastněna národními operátory s elektrickou energií (Statnett, Svenska Kraftnät, Energinet.dk a Fingrid) a společností Nord Pool ASA.

⁵ The Nordic Power Exchange (Nord Pool)

Všechny tyto společnosti mají jednotný dvacetiprocentní podíl na vlastnictví. Dceřinými společnostmi Nord Pool Spot AS jsou Nord Pool Finland Oy a Nord Pool Spot AB. Druhou větev skladby skupiny Nord Pool představuje společnost Nord Pool ASA, která má na starosti finanční trh, na němž se obchoduje se standardizovanými derivátovými kontrakty. Společnost Nord Pool ASA je vlastněna z poloviny norským operátorem s elektřinou (Statnett) a z druhé poloviny švédským operátorem s elektřinou (Svenska Kraftnät). Dceřinými společnostmi Nord Pool ASA jsou Nord Pool Clearing ASA a Nord Pool Consulting AS. Nord Pool Clearing ASA zajišťuje clearingové služby pro všechny obchody na skandinávské burze i pro OTC obchody registrované pro clearing. Nord Pool Consulting AS funguje jako poradenská společnost zaměřená na celosvětový rozvoj elektroenergetického trhu.

V současné době má skupina Nord Pool více než 420 členů zahrnujících členy burzy, clearingové klienty, a dále členy a reprezentanty ve 22 zemích. Členství mohou získat producenti elektřiny, průmyslové podniky vysoce zatížené na spotřebu elektrické energie, distributoři elektřiny, investiční společnosti, banky, brokeři a další finanční instituce.

2.5.1 Spotový trh burzy Nord Pool – Nord Pool Spot AS

Jak naznačuje rozdělení skupiny Nord Pool, společnost Nord Pool Spot AS umožňuje fungování fyzického trhu s elektrickou energií a společnost Nord Pool ASA umožňuje fungování finančního trhu s elektrickou energií. Na fyzickém trhu s elektrickou energií se vytváří spotová cena elektrické energie, která je základem pro cenotvorbu elektrických derivátů na finančním trhu. Spotový trh na Nord Pool Spot AS se skládá z dvou trhů, Elspot a Elbas, přičemž Elspot je trh se zítřejší fyzickou dodávkou tzv. day-ahead market a Elbas funguje jako vyrovnávací trh tzv. intra-day market pro Švédsko, Finsko a Dánsko, na kterém se obchoduje, jakmile je obchodování na trhu Elspot ukončeno. Prakticky vypadá obchodování na spotovém trhu takto, tvůrci trhu do poledne předešlého dne zadávají své požadavky o objemu elektrické energie určeného k nákupu, nebo k prodeji, a o ceně pro danou hodinu dodání. Kalkulace ceny elektrické energie pro konkrétní hodinu je založena na rovnováze tržních křivek nabídky a poptávky všech účastníků. Jedná se o tzv. aukční režim obchodování. Agregací jednotlivých poptávkových a nabídkových křivek se získají tržní poptávkové a nabídkové křivky. V průsečíku těchto křivek se zjistí cena systémová S_p . Cena systémová vyjadřuje teoretickou cenou, u níž se nepředpokládá možnost přetížení a představuje základ pro oceňování kontraktů na elektřinu ve Skandinávii. Jako ochrana před přetížením je skandinávský trh rozdělen do několika oblastí.

Křivky nabídky a poptávky v jednotlivých oblastech mohou být odlišné, proto se spotová cena může v jednotlivých oblastech lišit, aby bylo zabráněno celkovému kolapsu trhu.

2.5.2 Finanční trh burzy Nord Pool – Nord Pool ASA

Riziko obchodování na spotovém trhu s fyzickým vypořádáním, kde cena elektrické energie je značně volatilní, může být eliminováno používáním instrumentů finančního trhu. Na finančním trhu burzy Nord Pool se obchodují elektroenergetické deriváty, emisní povolenky EUA's⁶ a emisní redukce CER's⁷. Mezi nabízené elektroenergetické deriváty burzy Nord Pool patří futures, forwardy, opce a Contracts for Difference. Referenční cenou v převážné většině kontraktů je systémová cena elektrické energie platná pro skandinávský trh. Maximální časový horizont pro obchodování kontraktů na finančním trhu Nord Pool je v současné době šest let.

S výše uvedenými deriváty na elektrickou energii, s emisními povolenkami a redukcemi se na finančním trhu burzy Nord pool obchoduje kontinuálně, podobně jako na jiných rozvinutých komoditních burzách. Účastníci burzy mohou obchodovat buď elektronicky pomocí aplikace PowerCLICK, či pomocí aplikace Trayport Global VisionTM, nebo telefonicky. Obchodování s deriváty na elektřinu a s emisními povolenkami je zpřístupněno od 8:00 do 15:30 norského místního času.

Celkový počet obchodů uskutečněných na finančním trhu burzy Nord Pool činil v roce 2007 rekordních 1060TWh. Clearingové centrum v tomto roce vypořádalo objem obchodů ve výši 2369 TWh, přitom roční kapacita elektrické energie ve Skandinávii pohybuje okolo 400 TWh.

2.5.2.1 Futures kontrakty

Na burze Nord Pool jsou obchodovány base load denní kontrakty a base/peak load týdenní futures kontrakty viz následující tabulka 2.2.

Tab. 2.2 Futures kontrakty na burze Nord Pool

Typ kontraktu		Označení	Perioda
Denní kontrakt	base load	ENODxxx-xx	24 hodin
Týdenní kontrakt	base load	ENOWxx-xx	7 dní
	peak load	ENOPLWxx-xx	7 dní

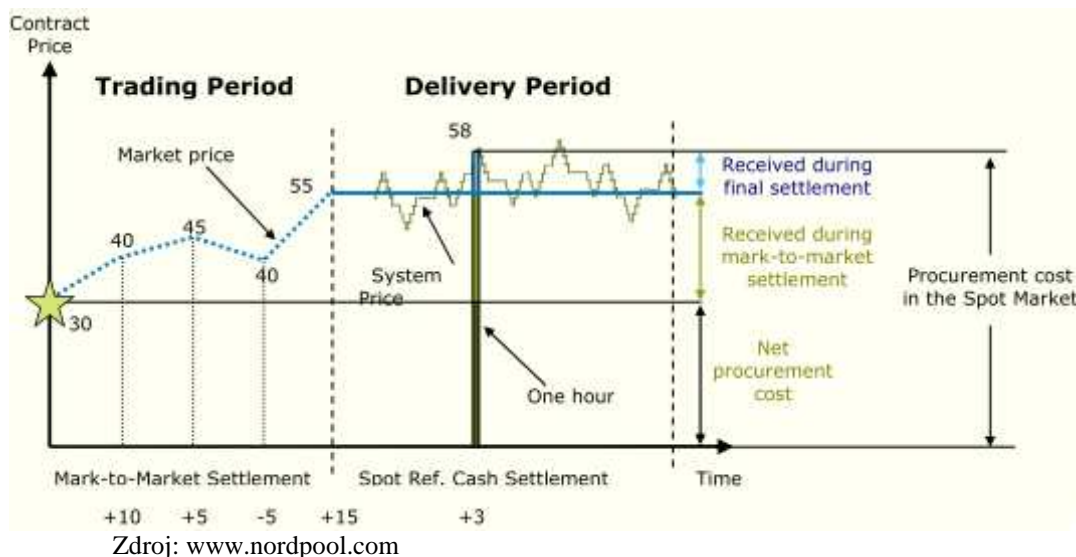
⁶ European Union Allowances (EUA's)

⁷ Certified Emission Reductions (CER's)

Na burze Nord Pool má každý kontrakt specifické označení. Předpona ENO znamená označení obchodované komodity a trhu, kde E představuje Electricity a NO značí Nordic Area. Například kontrakt ENOWPL15-09 znamená, že se jedná o peak load týdenní futures obchodovanou na skandinávském trhu s dodací dobou v patnáctém týdnu roku 2009.

Vypořádání futures kontraktů zahrnuje, jak denní mark-to-market, tak i finální finanční spotové vypořádání, poté co futures dosáhne data splatnosti. V první části vypořádání se každodenně započítávají denní zisky, či případné ztráty vyplývající ze změn tržní ceny každého kontraktu. V druhé části vypořádání, v době splatnosti kontraktu, se toto vypořádání odvíjí od rozdílu mezi finální uzavírací cenou futures kontraktu a systémovou cenou v době dodání. Na obrázku 2.5 je zobrazeno schéma vypořádání futures kontraktů.

Obr. 2.5 Vypořádání futures kontraktů



Na výše uvedeném schématu se předpokládá nákup futures kontraktu za cenu 30 EUR/MWh. Během doby obchodování, která trvá od zakoupení kontraktu až do doby jeho splatnosti, došlo k růstu tržní ceny na 55 EUR/MWh. Tato cena zároveň představuje finální uzavírací cenu. V důsledku mark-to-market denního vypořádání činil celkový zisk 25 EUR/MWh, jako rozdíl mezi finální uzavírací cenou a cenou nákupní. V době finálního vypořádání obdrží držitel futures rozdíl mezi spotovou tržní cenou pro danou hodinu, která dle daného schématu činí 58 EUR/MWh a uzavírací cenou futures kontraktu. Konkrétně činí hodnota finálního vypořádání $(58 - 55)$ EUR/MWh = 3 EUR/MWh. Celkový zisk z vypořádání tedy činí $(25 + 3)$ EUR/MWh = 28 MWh, přičemž celkové náklady hedgingu jsou rovny pořizovací ceně futures kontraktu ve výši 30 EUR/MWh.

2.5.2.2 Forwardové kontrakty

Na burze Nord Pool jsou obchodovány base load a peak load měsíční, čtvrtletní a roční forwardové kontrakty, které jsou přehledně zobrazeny v tabulce 2.3.

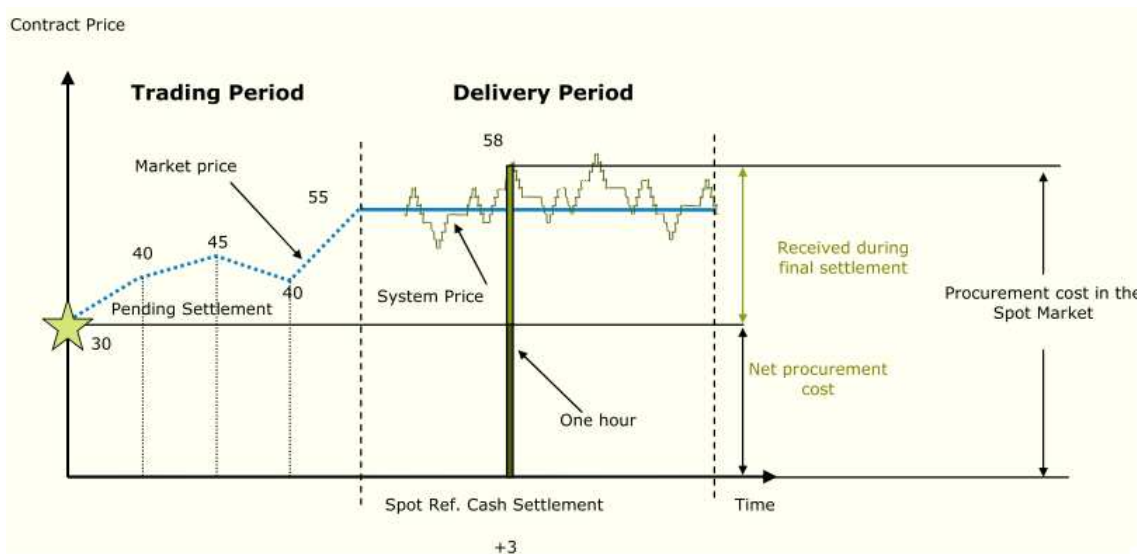
Tab. 2.3 Forwardové kontrakty na burze Nord Pool

Typ kontraktu		Označení	Perioda
Měsíční kontrakt	base load	ENOMmmm-yy	počet dní v daném kalendářním měsíci
	peak load	ENOPLMmmm-yy	
Čtvrtletní kontrakt	base load	ENOQ1-yy	1. 1. - 31. 3.
	peak load	ENOPLQ1-yy	
	base load	ENOQ2-yy	1. 4. - 30. 6.
	peak load	ENOPLQ2-yy	
	base load	ENOQ3-yy	1. 7. - 30. 9.
	peak load	ENOPLQ3-yy	
	base load	ENOQ4-yy	1. 10. - 31. 12.
	peak load	ENOPLQ4-yy	
Roční kontrakt	base load	ENOYR-yy	1. 1. - 31. 12.
	peak load	ENOPLYR-yy	

Měsíční kontrakty jsou vypisovány na nejbližších šest měsíců a nejsou předmětem dalšího dělení. Čtvrtletní kontrakty nahradily kontrakty sezónní (Winter 1, Summer, Winter 2) a kaskádují se na měsíční kontrakty. Roční instrumenty se vypisují na nejbližších šest let a postupně se kaskádují na čtvrtletní kontrakty. Výše popsané instrumenty byly base load produkty s dodávkou elektřiny po celých 24 hodin. Peak produkty s dodávkou elektrické energie o konstantní hodnotě hodinového výkonu 1 MW v čase od 8:00 do 20:00 od pondělí do pátku s výjimkou státních svátků jsou vypisovány na nejbližších dva měsíce, tři čtvrtletí, nebo jeden rok podle toho, zda se jedná o peak produkt měsíční, čtvrtletní či roční.

Při obchodování s forwardovými kontrakty neexistuje každodenní mark-to-market vypořádání jako futures. V následujícím obrázku 2.6 je ilustrováno vypořádání forwardových kontraktů s použitím stejných dat jako u futures kontraktů.

Obr. 2.6 Vypořádání forwardových kontraktů



Zdroj: www.nordpool.com

Stejně jako v předchozím příkladě předpokládáme nákup forwardového kontraktu za cenu 30 EUR/MWh. K datu splatnosti cena vzrostla na 55 EUR/MWh. Spotová cena pro konkrétní hodinu vypořádání činila 58 EUR/MWh, proto držitel kontraktu obdrží ve finálním vypořádání částku $(58 - 30) \text{ EUR/MWh} = 28 \text{ EUR/MWh}$, která představuje zisk. Obdobně jako v předchozím příkladě náklady spotového trhu na zakoupení 1 MWh činí 58 EUR/MWh, avšak využitím hedgingu pomocí forwardu činí náklady finanční operace pouze 30 EUR/MWh.

2.5.2.3 Contracts for Difference

U futures a forwardů je referenční cenou systémová cena, která se stanovuje na spotovém trhu burzy Nord Pool. Náklady finančního vyrovnání či fyzického dodání elektřiny jsou však ovlivňovány cenou platnou v určité skandinávské oblasti, která se od teoretické systémové ceny odlišuje v případě omezení přenosové soustavy. Právě Contracts for Difference (CfD) umožňují zajištění proti tomuto riziku.⁸ K vytvoření perfektního hedgingu tohoto rizika se vyžaduje zabezpečení požadovaného objemu elektrické energie využitím forwardu a zajištěním cenového rozdílu mezi lokální cenou a cenou systémovou na stanovené časové období pomocí CfD.

Na burze Nord Pool jsou vypisovány base load CfDs pro skandinávskou oblast na nejbližší dva měsíce, tři čtvrtletí a tři roky. V tabulce 2.4 jsou uvedeny nabízené CfD kontrakty spolu s určením jejich tržního ocenění.

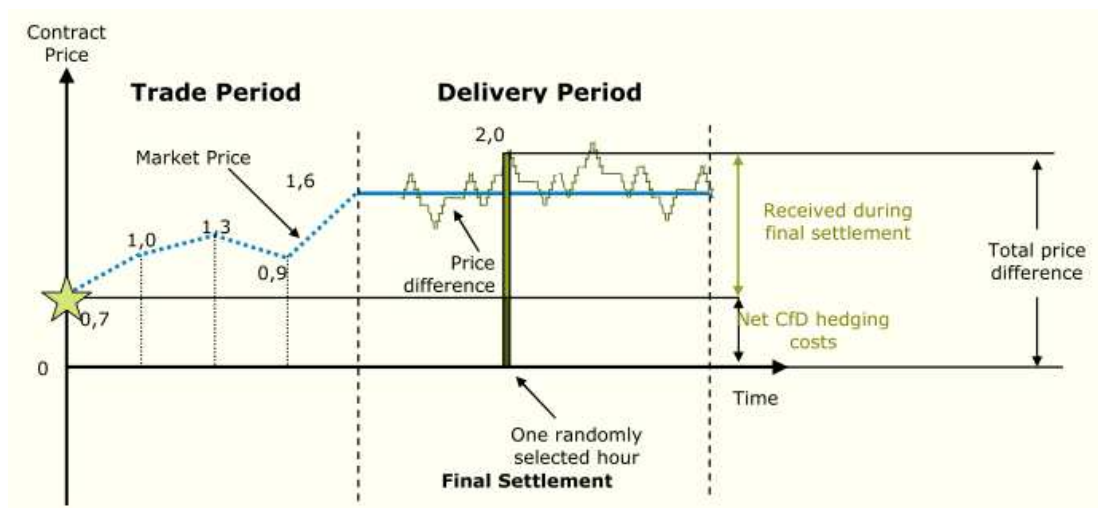
⁸ V roce 2004 se lokální ceny lišily od ceny systémové v 75 % případů.

Tab. 2.4 Contracts for Difference burzy Nord Pool

Referenční oblast	Označení kontraktu	Určení ceny kontraktu
Norsko	SYOSLxxxxx	$\Delta P = \text{Oslo area price} - \text{systémová cena}$
Švédsko	SYSTOxxxxx	$\Delta P = \text{Stockholm area price} - \text{systémová cena}$
Finsko	SYHELxxxxx	$\Delta P = \text{Helsinki area price} - \text{systémová cena}$
Západní Dánsko	SYARxxxxxx	$\Delta P = \text{Aarhus area price} - \text{systémová cena}$
Východní Dánsko	SYCPxxxxxx	$\Delta P = \text{Copenhagen area price} - \text{systémová cena}$
Německá oblast Kotek	SYGERxxxxx	$\Delta P = \text{Phelix price Germany} - \text{systémová cena}$

Tržní cena CfD může být kladná, záporná či rovna nule podle rozdílu mezi cenou lokální a cenou systémovou. Pokud je lokální cena vyšší než cena systémová, bude tržní cena kontraktu kladná a daná oblast je čistým dovozcem elektřiny. V opačné situaci bude cena záporná a oblast bude čistým vývozcem elektřiny. V případě rovnosti obou cen bude mít kontakt CfD nulovou hodnotu. V následujícím obrázku 2.7 je zobrazena situace, kdy člen burzy nakoupil CfD kontrakt za cenu 0,7 EUR/MWh a nedrží žádný forwardový kontrakt.

Obr. 2.7 Vyrovnání kombinace CfD kontraktu

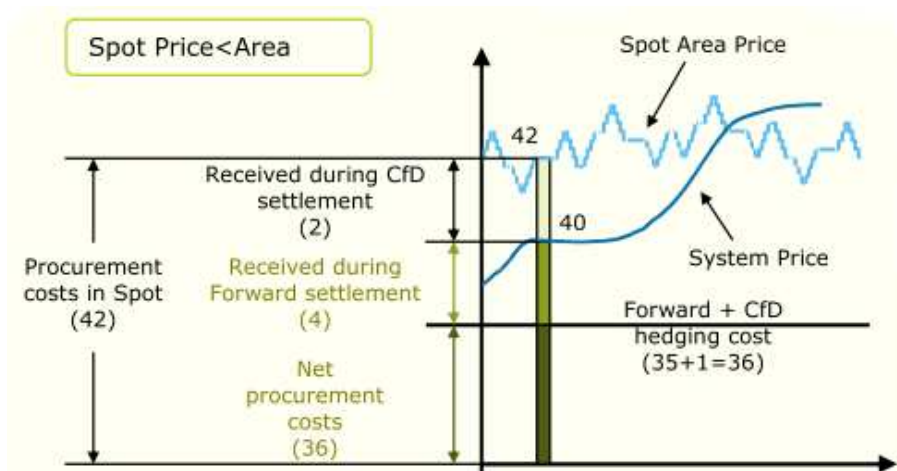


Zdroj: www.nordpool.com

Během doby obchodování cena CfD vzrostla na 1,6 EUR/MWh. Pro náhodně vybranou hodinu v dodací době držitel kontraktu obdrží v rámci finančního vypořádání $(2,0 - 0,7) \text{ EUR/MWh} = 1,3 \text{ EUR/MWh}$. Náklady pořízení elektrické energie v tuto hodinu na spotovém trhu činí 2,0 EUR/MWh, avšak náklady držitele CfD se rovnají pořizovací ceně kontraktu ve výši 0,7 EUR/MWh.

Následující dva příklady ukazují dokonalý hedging pomocí forwardu a CfD. V obou situacích účastník burzy nakoupí forwardový kontrakt za tržní cenu 35 EUR/MWh, aby se zajistil proti budoucímu výkyvu spotové ceny elektrické energie. K tomu si dále pořídí CfD kontrakt za cenu 1 EUR/MWh určený jako hedgingový instrument proti místnímu cenovému rozdílu. Celkové náklady hedgingu budou tedy činit 36 EUR/MWh. V prvním případě, který je zachycen na následujícím obrázku 2.8, bude spotová cena systémová cena nižší než místní cena.

Obr. 2.8 Vyrovnání forwardového a CfD kontraktu při nižší systémové ceně

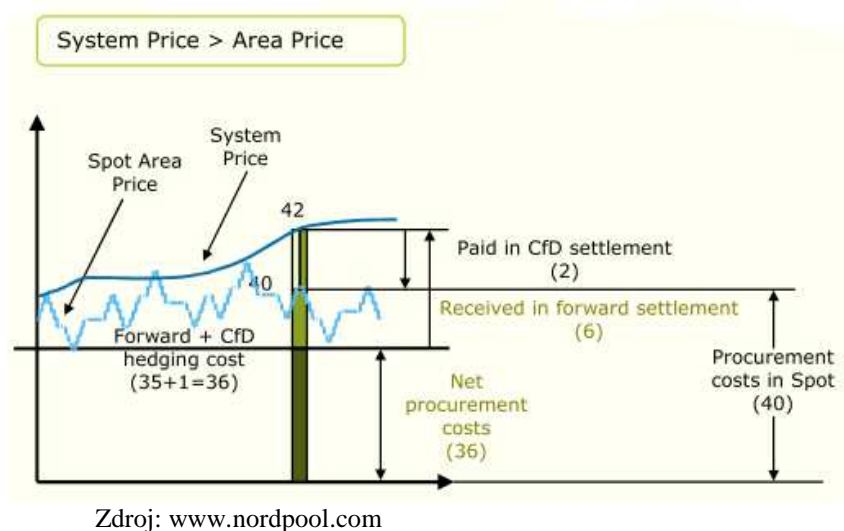


Zdroj: www.nordpool.com

Systémová cena pro náhodně stanovenou hodinu je zobrazena ve výši 40 EUR/MWh a cena dané oblasti odpovídá hodnotě 42 EUR/MWh. Držitel kontraktů tak získá částku 4 EUR/MWh z forwardového vyrovnání a navíc obdrží částku 2 EUR/MWh při CfD vyrovnání. Náklady spotového trhu činí 42 EUR/MWh, odpovídající místní ceně, avšak náklady hedgingu odpovídají pouze částce 36 EUR/MWh.

Na druhém příkladě ilustrovaném na následujícím obrázku 2.9 je zobrazena situace, kdy je cena systémová vyšší než cena pro danou oblast. Při této situaci se ceny na trhu prohodily. Systémová cena nyní činí 42 EUR/MWh, zatímco cena v dané oblasti je ve výši 40 EUR/MWh. Při forwardovém vypořádání obdrží držitel kontraktů 6 EUR/MWh, ale při vypořádání CfD je naopak nucen uhradit 2 EUR/MWh. Opět náklady hedgingu jsou rovný hodnotě 36 EUR/MWh.

Obr. 2.9 Vyrovnání forwardového a CfD kontraktu při vyšší systémové ceně



2.5.2.4 Opční kontrakty

Na burze Nord Pool se lze setkat pouze s evropskými opcemi typu base load. Dříve bylo možno obchodování i s asijskými opcemi s podkladovým aktivem ve formě průměrné spotové ceny, avšak z důvodu nízké likvidity byly z nabídky burzy odstraněny.

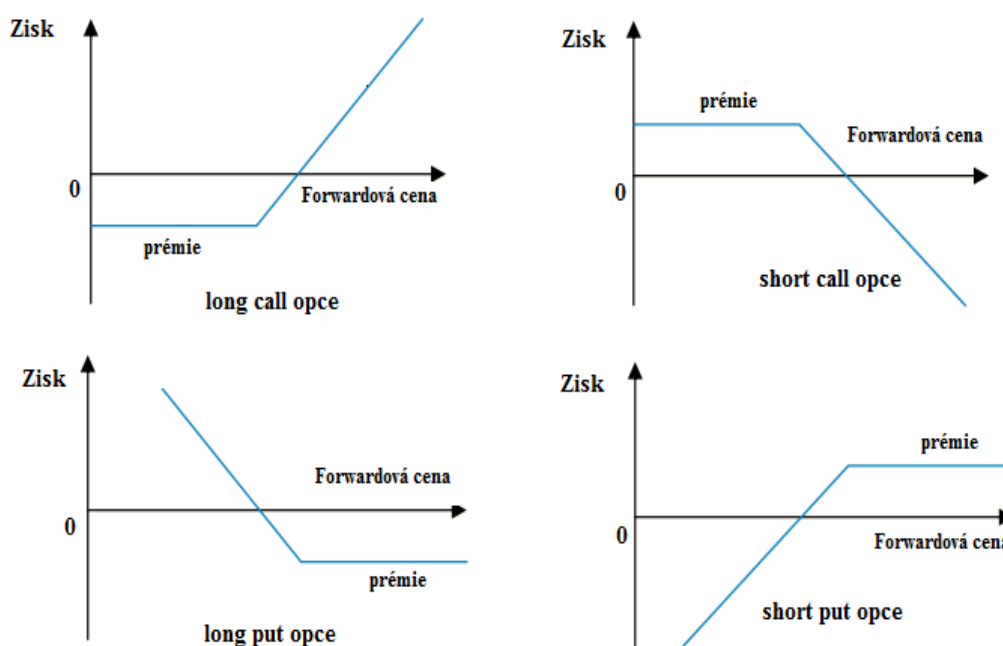
Podkladovými kontrakty opcí mohou být čtvrtletní nebo roční forwardy. Jakmile série opčních kontraktů expiruje, mohou být vypsány nové série kontraktů. K datu expirace lze uplatnit opci, neboli lze využít práva nákupu, či prodeje podkladového aktiva za předem sjednanou cenu. Na burze je toto datum stanoveno na třetí čtvrtek v měsíci před začátkem dodacího období podkladového kontraktu. Strike price se rozumí předem definovaná cena podkladového kontraktu. Na burze Nord Pool se stanovuje pět těchto cen v okamžiku uvedení opčních sérií na burzu, které jsou založeny na uzavíracích cenách podkladových forwardových kontraktů. Spreadové rozpětí mezi těmito pěti strike cenami se určuje dle specifikace opcí.

Nové ceny opcí jsou automaticky generovány v okamžiku poklesu tržní ceny nebo poklesu uzavírací ceny podkladového kontraktu nad (pod) druhou nejnižší (nejvyšší) strike cenu. Opční prémie se uvádí v jednotce EUR/MWh. Minimální změna ceny tzv. tick size je stanovena ve výši 0,01 EUR. K vyrovnání prémie dochází následující den poté, co byla opce zobchodována. Velikost opčního kontraktu se vypočte jako součin počtu MW a počtu hodin dodání podkladového aktiva. K vydání nové série opcí dochází ve stejném dni, ke kterému expirují předešlé opční série. V den expirace mohou opce nabývat čtyř

základních ziskových či ztrátových pozic, jak je ilustrováno na obrázku 1.10, jejichž tvar se odvozuje od toho, zda se jedná o call, nebo put opce, a zda je opce v long či short pozici. Potencionální velikost zisku, respektive ztráty závisí na ceně podkladového kontraktu, na realizační ceně a na opční prémii.

Při hedgingu pomocí opcí lze použít značné množství opčních strategií, často se využívají opční strategie vzniklé kombinací call a put opcí známých jako straddle, nebo strangle pokud se očekává prudký nárůst či pokles cen elektrické energie.

Obr. 2.10 Základní pozice evropských opčních kontraktů



2.5.2.5 Emisní povolenky a emisní redukce

Systém obchodování s emisemi byl poprvé zahájen v Evropě jako způsob možného snížení průmyslových emisí oxidu uhličitého a jiných skleníkových plynů, poněvadž byl zjištěn jejich vliv na globální změny klimatu. Na skandinávské burze Nord Pool se jako na první burze na světě začalo obchodovat s European Emission Allowances (EUA) a Certified Emission Reductions (CER). Obchodování s EUA bylo zahájeno v roce 2005. Jednalo se o tři roční forwardové produkty s fyzickým vypořádáním v letech 2005, 2006 a 2007. Kontrakty CER s fyzickým vypořádáním byly burzu Nord Pool uvedeny v polovině roku 2007. Oba typy emisních obchodů se kótují v eurech a jejich minimální velikost je stanovena ve výši 1000 tun CO₂.

3 Metody oceňování derivátů na elektřinu

Finanční deriváty jsou termínované kontrakty (pevné nebo opční) sjednávané na určité podkladové aktivum. Lze je rozdělit na dvě základní skupiny, a to na lineární a na nelineární finanční deriváty. V případě lineárních finančních derivátů jsou práva a povinnosti obou stran kontraktu symetricky rozdělena. Příkladem jsou forwardy, futures a swapy. Oproti tomu nelineární deriváty jsou charakteristické nesymetrií rozdělení práv a povinností účastníků kontraktu. Základním příkladem jsou opce. Podkladovým aktivem derivátů mohou být různá finanční aktiva, jako jsou akcie, měny, úrokové sazby, indexy, komodity či různé stavové veličiny např. průměrná teplota. V případě derivátů na elektřinu jde o specifický derivát, jehož podkladovým aktivem je elektrická energie.

3.1 Oceňování forwardů na elektřinu

Obecně dodací cena forwardového kontraktu, jehož podkladovým aktivem jsou komodity s aktuální spotovou cenou S_t a skladovacími náklady I od doby sjednání kontraktu t do doby splatnosti forwardu T , je definována jako

$$F_t = (S_t + I_{t,T})e^{r(T-t)}, \quad (3.1)$$

kde r je bezriziková úroková míra, T je datum splatnosti forwardového kontraktu.

Elektrická energie je však na rozdíl od jiných komodit jen obtížně skladovatelná, respektive realizace a provoz technických prostředků k tomu určených je velmi finančně náročná, pro stanovení rovnovážné ceny forwardu na elektrickou energii je vhodné použít následující rovnici, v níž je abstrahováno od skladovacích nákladů,

$$F_t = S_t e^{r(T-t)}. \quad (3.2)$$

Vnitřní hodnota forwardu na elektrickou energii v dlouhé pozici v době zralosti je definována následující výplatní funkcí,

$$VH_T = S_T - X. \quad (3.3)$$

Vnitřní hodnota forwardu na elektrickou energii v krátké pozici v době zralosti je určena následující výplatní funkcí,

$$VH_T = X - S_T, \quad (3.4)$$

přičemž v obou výše uvedených rovnicích je S_T spotová cena elektrické energie v době zralosti forwardového kontraktu a X je realizační cena forwardového kontraktu.

Obdobné funkční vztahy platí také při určování ceny futures kontraktů na elektrickou energii a při určování její vnitřní hodnoty.

3.2 Metody oceňování opcí na elektrickou energii

Tržní cena opce se nazývá opční prémie (premium). Opční prémie tvoří maximální hodnotu ztráty pro ztrátu držitele opce a maximální zisk pro upisovatele opce. Opční prémie skládá se ze dvou složek, vnitřní hodnoty a časové hodnoty opce. Vnitřní hodnota opce v čase t představuje kladnou část potencionálního zisku, který by plynul při uplatnění opce v čase t a závisí pouze na vztahu promptního kurzu podkladového instrumentu S v čase t a na realizační ceně opce X .

$$VH = \max(S_t - X; 0). \quad (3.5)$$

Pro evropskou put opci je vnitřní hodnota opce vyjádřena následovně,

$$VH = \max(X - S_t; 0) \quad (3.6)$$

V současnosti existuje několik metod oceňování opcí, jejichž výsledky lze použít pro porovnání s tržním oceněním opcí. Pro volbu nejvhodnější metody ocenění je nutné posoudit, zda se bude jednat o diskrétní či spojitý přístup ocenění, o jaký typ oceňované opce půjde (zda o evropské, americké, asijské či exotické), dále dle jakého procesu se doposud vyvíjí ceny podkladového aktiva opce, atd.

Analytické metody spočívají v tom, že se pomocí matematického odvozování a matematických pravidel nalezne vzorec pro ocenění opcí. Za nejznámější analytický model je považován Black-Scholesův model, který funguje na bázi spojitého přístupu, a který byl původně odvozen pro evropské opce s podkladovým aktivem ve formě akcií bez výplaty dividend. Modifikací tohoto modelu byl vytvořen Blackův model, který umožňuje ocenění evropských opcí, jejichž podkladovým aktivem jsou forwardové, popř. futures ceny.

Numerické metody vychází z toho, že se numericky napodobí proces v diskrétních intervalech a nalezne se cena opce. Do první podskupiny numerických metod patří binomický model, trinomický model a multinomické metody. V případě binomického modelu předpokládá, že z jednoho výchozího stavu vycházejí dvě následné situace, a to buď růst, nebo pokles ceny podkladového aktiva. Trinomický model je dále rozšířen o možnost stálého stavu. U multinomických metod z výchozího stavu vycházejí více než tři následné situace. Druhou podskupinou numerických metod jsou metody konečných prvků, které používají pro ocenění opcí aproximační síť. Třetí podskupinu numerických metod představují **simulační metody** opcí založené na vygenerovaném vývoji podkladového aktiva pomocí

náhodných pokusů. Mezi nejčastější simulační metody patří metody simulace Monte-Carlo a simulace Quasi-Monte-Carlo.

3.3 Typologie stochastických procesů

Pro finanční aktiva je charakteristický náhodný vývoj v čase. Tento průběh bývá označován jako stochastický proces. V zásadě lze stochastický proces popsat diskrétně s využitím při simulacích, nebo spojitě s aplikací pro analytické řešení. Stochastické procesy se vyjadřují pomocí stochastických diferenciálních rovnic a tvoří základ derivátových oceňovacích modelů. Stochastické procesy umožňují modelovat cenový vývoj v čase a určit pravděpodobnost možných budoucích cen jako funkci současných spotových cen, termínových cen a parametrů popisujících možnou proměnlivost těchto cen v čase.

3.3.1 Wienerův proces

Wienerův proces, označovaný také jako specifický Wienerův proces, je základním prvkem ostatních procesů. Tento proces vychází ze dvou předpokladů

- sleduje Markovův proces, to znamená tedy, že predikované ceny jsou ovlivněny pouze aktuální cenou a nikoli cenami historickými,
- změny cen jsou nezávislé v čase, jde o procesy bez paměti, na nichž jsou založeny modely náhodné procházky.⁹

Wienerův proces je definován takto,

$$\tilde{z}_t - z_0 \equiv dz = \tilde{z} \cdot \sqrt{dt} = 0 + \tilde{z} \cdot \sqrt{dt}, \quad (3.7)$$

kde \tilde{z} je náhodná proměnná z normovaného normálního rozdělení $N(0;1)$. Přírůstek náhodné veličiny se podle specifického Wienerova procesu rovná náhodné veličině generované z normovaného normálního rozdělení násobené odmocninou přírůstku času. Proces má nulový trend a skládá se tedy pouze z reziduální složky. Střední hodnota procesu je $E(dz) = 0$, rozptyl je $\text{var}(dz) = t$, směrodatná odchylka je $\sigma(dz) = \sqrt{t}$.

3.3.2 Itoův proces

Itoův proces je jedním z obecných typů stochastických procesů, jež v sobě zahrnuje jako zvláštní případy Wienerovy a Brownovy procesy, a je definován tímto způsobem,

$$dx = a(x;t) \cdot dt + b(x;t) \cdot dz, \quad (3.8)$$

kde $a(\cdot)$ je přírůstek a $b(\cdot)$ je směrodatná odchylka proměnné.

⁹ anglicky tzv. Random Walk Models

3.3.3 Brownův pohyb

Mezi nejznámější cenový proces je považován Brownův pohyb (Brownian Motion), který nese jméno po skotské botanikovi Robertu Brownovi, který v roce 1827 zaznamenal pohyb mikroskopických pylových zrn ve vodě jako určitý náhodný pohyb připomínající klikaté čáry. Brownův pohyb měl původně fyzikální význam, ale s postupem času byl také využíván v různých odvětvích, včetně financí, kde se používá k modelování chování cen finančních instrumentů i komodit.

Geometrický Brownův pohyb má velký význam a využití ve finančním modelování. Dle tohoto procesu se cena vyvíjí exponenciálním trendem a předpokládá se logaritmicko-normální rozdělení. Ve finanční praxi to znamená, že ceny neklesnou do záporných hodnot. Běžná podoba geometrického Brownova pohybu vypadá takto

$$dS_t = \alpha S_t dt + \sigma S_t dz, \quad (3.9)$$

kde dS_t je náhodný pohyb ceny podkladového aktiva S_t za krátký časový interval $[t, t + dt]$, konstanty α a σ leží v R_0^+ a představují trendový koeficient a směrodatnou odchylku, dz je specifický Wienerův proces. Geometrický Brownův proces se dá zapsat také takto,

$$\frac{dS_t}{S_t} = \alpha dt + \sigma dz, \quad (3.10)$$

Z této rovnice je zřejmé, že geometrický Brownův proces slouží k vyjádření výnosu. Přičemž α vyjadřuje průměrný výnos podkladového aktiva za jednotkový interval a σ pak směrodatnou odchylku podkladového aktiva za jednotkový interval.

Pokud se na rovnici (3.7) aplikuje Itoova lemma, dostaneme následující rovnici

$$dG \frac{\partial G}{\partial t} + \mu S \frac{\partial G}{\partial S} = \left(+ \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 G}{\partial S^2} \right) dt + \sigma S \frac{\partial G}{\partial t} dz, \quad (3.11)$$

přičemž funkci G vyjadřuje funkce

$$G = \ln S \quad (3.12)$$

Protože platí následující vztahy

$$\frac{\partial G}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial G}{\partial S} = \frac{1}{S}, \quad \frac{\partial^2 G}{\partial S^2} = -\frac{1}{S^2}, \quad (3.13)$$

dostaneme po dosazení do rovnice (3.10) tuto rovnici,

$$d \ln S = \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) dt + \sigma dz, \quad (3.14)$$

kde μ a σ jsou konstanty, $\alpha = \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right)$ je trendový koeficient.

Často používaný ekvivalent předešlé rovnice lze získat substitucí proměnných, kde

$$Z_t = \ln S_t, \quad (3.15)$$

upravená rovnice (3.14) pak vypadá takto,

$$dZ_t = \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) dt + \sigma dz. \quad (3.16)$$

Tento vztah se odborně nazývá geometrický Brownův pohyb s logaritmickými cenami.

3.3.4 Mean reversion procesy

Mean reversion procesy jsou na rozdíl od modelů „náhodné procházky“, u nichž byly cenové změny nezávislé na čase, charakteristické cenami s určitou mírou paměti předchozích cenových změn. Obecně se procesy mean reversion z dlouhodobého hlediska navrací ke střední hodnotě, proto se u těchto procesů určují vstupní parametry jako je tzv. mean reversion úroveň, což je dlouhodobá rovnovážná cena, a tzv. mean reversion rychlost, s jakou se ceny navrací na svou rovnovážnou úroveň. Je zjištěno, že spotové ceny elektrické energie z dlouhodobého hlediska oscilují kolem rovnovážné úrovně určené náklady produkce a úrovní poptávky, mean reversion procesy tak tedy mohou často lépe vystihnout vývoj těchto cen v průběhu času.

3.3.4.1 Ornstein-Uhlenbeckův model

Ornstein-Uhlenbeckův mean reversion model pojmenovaný podle svých tvůrců, Leonarda Ornsteina a George Eugena Uhlenbecka, je definován následující rovnicí,

$$dS_t = \eta (\bar{S} - S_t) S_t dt + \sigma S_t dz, \quad (3.17)$$

kde \bar{S} je dlouhodobá rovnovážná cenová úroveň, η označuje rychlost tohoto přibližování a jeho hodnota je kladná, pokud $S_t < \bar{S}$, nebo naopak záporná, jestliže $S_t > \bar{S}$. Ostatní parametry rovnice jsou shodné s výše uvedenými procesy.

V praxi se lze setkat s aritmetickou verzí tohoto modelu, která je definována vztahem

$$\frac{dS_t}{S_t} = \eta (\bar{S} - S_t) dt + \sigma dz, \quad (3.18)$$

Tato podoba mean reversion modelu může být modifikována použitím logaritmu cen, vztah poté vypadá následovně,

$$d \ln S_t = \eta (\ln \bar{S} - \ln S_t) dt + \sigma dz. \quad (3.19)$$

Jestliže se použije substituce $X_t = \ln S_t$, pak dostaneme aritmetickou verzi tohoto modelu,

$$dX_t = \eta(\ln \bar{S} - X_t)dt + \sigma dz. \quad (3.20)$$

3.3.4.2 Schwartzův model

Schwartzův model nese jméno po svém tvůrci, Eduardu Schwartzovi. Tím, že se jedná o model mean reversion, lze v něm nalézt společné znaky s Ornstein-Uhlenbeckovým modelem. Schwartzův model je definován následující rovnicí,

$$dS_t = \eta(\ln \bar{S} - \ln S_t)S_t dt + \sigma S_t dz. \quad (3.21)$$

Výnosová verze tohoto modelu vypadá následovně,

$$\frac{dS_t}{S_t} = \eta(\ln \bar{S} - \ln S_t)dt + \sigma dz. \quad (3.22)$$

3.3.5 Jump diffusion procesy

Určitým problémem při modelování cen elektrické energie je výskyt cenových skoků (jumps), kdy ceny elektrické energie vykazují nepravidelné, ale značně velké skoky s rozsahem cenové změny o několik stovek procent během jedné hodiny kvůli omezené skladovatelnosti elektrické energie. Konkrétně v praxi cenové skoky vznikají v důsledku dramatického kolísání zátěže, které je způsobeno extrémními změnami v počasí často v kombinaci s poruchami ve výrobě elektřiny, přenosovými selháními či odstávkou elektráren. Takto vzniklé cenové výkyvy mají většinou krátkodobý charakter a vymizí po odeznění příčin. Poté se ceny vrací na svou obvyklou úroveň.

Jump diffusion modely představují řešení modelování cen se skoky. Jmenovitě umožňují ceně instrumentu chovat se nespojitě. Na libovolně krátkém časovém okamžiku tedy bude existovat pozitivní pravděpodobnost mimořádně velké výchylky ceny podkladového aktiva.

V jump diffusion modelu se cenové změny dělí na dvě odlišné skupiny:

- na změny modelované Brownovým procesem a
- na změny charakteristické Poissonovým procesem, které způsobí skok v ceně podkladového aktiva.

Poissonův proces je charakterizován, že na malém intervalu o délce dt se neobjeví žádný skok, nebo se objeví s pravděpodobností odpovídající velikosti intervalu. Vznik dvou

či více skoků na malém intervalu je velmi nepravděpodobný. Přírůstek Poissonova procesu dq_t , na intervalu $[t, t + dt]$, definován následujícími vztahy:

$$\Pr(dq_t = 0) = 1 - \lambda dt, \quad (3.23)$$

$$\Pr(dq_t = 1) = \lambda dt, \quad (3.24)$$

$$\Pr(dq_t > 1) = 0(dt), \quad (3.25)$$

kde parametr λ vyjadřuje intenzitu Poissonova procesu.

3.3.5.1 Mertonův jump diffusion model

Typický jump diffusion proces (Merton 1976) představuje rozšíření geometrického Brownova pohybu o Poissonův proces generující skoky. Mertonův jump diffusion model je definován takto

$$\frac{dS_t}{S_t} = (\mu - \lambda k)dt + \sigma dz_t + v dq_t, \quad (3.26)$$

kde $\lambda k dt$ odpovídá očekávané hodnotě skoku za daný nekonečně malý časový interval dt , kde k je růst ceny v důsledku skoku, dq_t je Poissonův proces a v je náhodná proměnná označující magnitudu skoků, přičemž $v = (Y_t - 1)$. Platí, že $Y_t \geq 0$, k a $k \equiv E(Y_{t-1})$.

Hlavním nedostatkem Mertonova jump diffusion modelu je, že předpokládá vzájemnou nezávislost spojitého logaritmicko-normálního procesu a Poissonového procesu, což neplatí pro elektrickou energii.

Po substituci $Z_t = \ln S_t$, vypadá jump diffusion proces následovně,

$$dZ_t = \left(\mu - \lambda k - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) dt + \sigma dz_t + \ln(Y_t) dq_t. \quad (3.27)$$

3.3.5.2 Jump diffusion model s mean reversion procesem

Ceny elektrické energie kromě cenových skoků tvoří také „špice“ tzv. spikes, kdy se ceny po náhlém cenovém skoku rychle navracují na obvyklou normální úroveň. Tento proces lze zachytit pomocí jump diffusion modelu s mean reversion, který vypadá následovně,

$$\frac{dS_t}{S_t} = \kappa(\theta - \lambda k - \log S_t)dt + \sigma dW_t + (Y_t - 1)dq_t, \quad (3.28)$$

kde θ představuje dlouhodobou rovnovážnou úroveň zlogaritmovaných spotových cen, κ znázorňuje sílu mean reversion procesu.

3.4 Statistický odhad

Mezi základní způsoby odhadu modelu patří tři základní metody, a to metoda nejmenších čtverců, metoda maximální věrohodnosti a metoda momentu. Dále bude podrobněji popsána metoda nejmenších čtverců

3.4.1 Metoda nejmenších čtverců

Metoda nejmenších čtverců je matematická metoda, která se používá ke statistickému zpracování dat, a která umožňuje nalézt vhodnou aproximační funkci. Pomocí této metody se hledají takové hodnoty koeficientů, aby součet čtverců reziduí neboli odchylek funkčních hodnot od hodnot naměřených byl minimální. Náhodný odhad modelu y se poté dělí na trendovou složku \hat{y} a reziduální složku neboli reziduum ε , platí tedy,

$$y = \hat{y} + \varepsilon. \quad (3.29)$$

Pokud se tento vztah převede na obecný mean reversion model lze, tuto rovnici vyjádřit pomocí těchto vztahů

$$\Delta S = \Delta \hat{S} + \varepsilon = a(b - S_{t-1})dt + \hat{\sigma} dz, \quad (3.30)$$

kde ΔS je přírůstek ceny podkladového aktiva, $\Delta \hat{S}$ představuje odhadnutý trend, ε je reziduální odchylka, a , b jsou odhadované parametry mean reversion procesu, $\hat{\sigma}$ je odhadovaná směrodatná odchylka.

Po transformaci mean reversion modelu na lineární tvar platí následující lineární vztah

$$\Delta S = \hat{\alpha} + \hat{\beta} S_{t-1} + \varepsilon, \quad (3.31)$$

kde ΔS představuje závislou vysvětlovanou proměnnou a S_{t-1} naopak nezávislou vysvětlující proměnnou.

Odhadované parametry $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ lze rozepsat takto,

$$\hat{\alpha} = a \cdot b \cdot dt, \quad (3.32)$$

$$\hat{\beta} = a \cdot dt. \quad (3.33)$$

Dlouhodobá rovnovážná cenová úroveň b , míra rychlosti přibližování se k této rovnovážné úrovni ceny a i směrodatná odchylka σ se poté dopočítávají podle následujících vztahů

$$a = \frac{\hat{\beta}}{dt}; \quad b = \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\beta}}; \quad \sigma = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{dt}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_t \varepsilon_t^2}}{\sqrt{dt}}, \quad (3.34)$$

kde je reziduální odchylka definována jako

$$\varepsilon = \Delta S - \hat{\Delta S} = \Delta S - \hat{\alpha} - \hat{\beta} S_{t-1}. \quad (3.35)$$

3.4.2 Statistická verifikace mean-reversion modelu

Při statistické verifikaci se testují parametry modelu a testuje se tento model jako celek, aby bylo možné v případě významnosti parametrů i modelu model použít pro praktické účely. Využívá se přitom t-testu a F-testu.

Testování významnosti jednotlivých parametrů $\hat{\alpha}$ a $\hat{\beta}$ upraveného mean reversion modelu se provádí podle **t-testu**. Pro názorné vysvětlení t-testu je nutné změnit označení parametru $\hat{\alpha}$ za $\hat{\beta}_0$ a parametru $\hat{\beta}$ za $\hat{\beta}_1$. Stanovené hypotézy t-testu vypadají následovně:

- nulová hypotéza, $H_0: \hat{\beta}_i = 0$,
- alternativní hypotéza, $H_A: \hat{\beta}_i \neq 0$.

Test je prováděn pomocí t-statistiky, přičemž se předpokládá, že tato statistika má Studentovo rozdělení pravděpodobnosti s df -stupni volnosti,

$$t_{df} = \frac{\hat{\beta}_i - 0}{SE_{\hat{\beta}_i}}, \quad (3.36)$$

kde $SE_{\hat{\beta}_i}$ je odhad směrodatné odchylky koeficientu $\hat{\beta}_i$.

Rozhodovací pravidlo je založeno na porovnání dvou parametrů, a to, t-statistice vypočtené, t^{vyp} , odpovídající dané odhadované hodnotě $\hat{\beta}_i$, a t-kritické, t^{krit} , určující percentil t-statistiky na dané na dané úrovni významnosti α . Zamítnutí nulové hypotézy neboli přijetí alternativní hypotézy lze stanovit dvěma způsoby:

- Pokud $|t_{df}^{vyp}| > t_{\alpha/2; df}^{krit}$, pak se H_0 zamítá.
- Pokud $Hodnota P_{df} < \alpha$, pak se H_0 zamítá.

Zamítnutí nulové hypotézy znamená, že propočtený koeficient leží v kritické oblasti, je statisticky významný a má být ze statistického pohledu zařazen do odhadovaného modelu. Obráceně tomu tak je při přijetí nulové hypotézy.

F-test slouží k posouzení významnosti modelu jako celku. Jestliže se použijí koeficienty $\hat{\beta}_0$ a $\hat{\beta}_1$ zaměněné za koeficienty mean reversion modelu $\hat{\alpha}$ a $\hat{\beta}$, stanovené hypotézy F-testu poté vypadají následovně:

- nulová hypotéza, $H_0: \hat{\beta}_0 = \hat{\beta}_1 = 0$,
- alternativní hypotéza, $H_A: \hat{\beta}_0 \neq 0$ nebo $\hat{\beta}_1 \neq 0$.

Tento test je konstruován na bázi F-statistiky, u které se předpokládá, že má Fisherovo rozdělení pravděpodobnosti,

$$F = \frac{ESS / df_{ESS}}{RSS / df_{RSS}}, \quad (3.37)$$

kde ESS je rozptyl vysvětlený regresí (Explained Sum of Squares), RSS je rozptyl přiřazen reziduálnímu (zbytkovému) rozptylu nevysvětlenému regresí (Residual Sum of Squares), df_{ESS} a df_{RSS} jsou stupně volnosti přiřazené uvedeným rozptylům.

Rozhodovací pravidlo je založeno na porovnání hodnoty vypočtené statistiky, F^{vyp} , a hodnoty kritické, F^{krit} . Je formulováno následovně:

- Pokud $F_{df_{ESS}; df_{RSS}}^{vyp} > F_{\alpha; df_{ESS}; df_{RSS}}^{krit}$, pak se H_0 zamítá.
- Pokud $Hodnota P_{df_{ESS}; df_{RSS}} < \alpha$, pak se H_0 zamítá.

Zamítnutí nulové hypotézy znamená, že odhadnutý model je statisticky významný a je potvrzená významná statistická závislost mezi ΔS a S_{t-1} .

3.4.3 Testování normality reziduí

Předpokládá se, že rezidua regresního modelu mají normální rozdělení $N(0; 1)$. Normalita reziduí může být posuzována na základě grafických testů nebo podle sofistikovaných metod. Mezi hlavní grafické testy patří histogram rozdělení četnosti, P-P plot či Q-Q plot. Mezi nejpoužívanější typy sofistikovaných metod patří χ^2 test dobré shody, Jarque-Bera test či Kolmogorov-Smirnovův test, který bude dále blíže podrobně popsán.

Histogram standardizovaných reziduí slouží k porovnání relativních četností hodnot standardizovaných reziduí uspořádaných do tříd s Gaussovou křivkou normálního (Gaussova) rozdělení pravděpodobnosti.

P-P plot porovnává teoretické (expected) kumulativní pravděpodobnosti normálního rozdělení s naměřenými (observed) kumulativními pravděpodobnostmi reziduí a slouží ke zkoumání citlivosti na odchylky ve střední části v okolí módu. Oproti tomu Q-Q plot porovnává teoretické a naměřené kvantily a zkoumá citlivosti v oblasti konců.

Ze sofistikovaných metod Kolmogorov-Smirnovův test (K-S test) vychází z kritéria maximálního rozdílu mezi výběrovou distribuční funkcí a očekávanou distribuční funkcí normálního rozdělení. Při provádění tohoto testu se nejprve vzestupně setřídí odhadnutá standardizovaná rezidua získaná dle MNC.

Hypotézy testu jsou formulovány následovně,

- H_0 : Distribuční funkce rozdělení náhodného výběru $F_n(x)$ odpovídá teoretické distribuční funkci normálního rozdělení,
- H_A : Distribuční funkce rozdělení náhodného výběru $F_n(x)$ neodpovídá teoretické distribuční funkci normálního rozdělení.

Rozhodovací pravidlo je založeno na porovnání Z-statistiky vypočtené se Z-statistikou kritickou, konkrétně pokud je $Z_{vyp} \leq Z_{krit}$ pak se H_0 zamítá, přičemž

$$Z_{vyp} = \sqrt{n} \cdot D, \quad (3.38)$$

kde D je maximální absolutní rozdíl mezi distribuční funkcí rozdělení náhodného výběru $F_n(x)$ a teoretickou distribuční funkcí normálního rozdělení.

Alternativně, pokud *Hodnota* $P < \alpha$, pak se H_0 zamítá.

3.5 Blackův model

Blackův model oceňování opcí umožňuje analytické řešení stanovení ceny evropské opce s podkladovým aktivem ve formě forwardu nebo futures. Tento model byl zveřejněn ve studii amerického ekonoma Fishera Blacka v roce 1976 jako určitá modifikace běžně používaného Black-Scholesova modelu, který byl primárně vytvořen k ocenění opcí s podkladovým aktivem ve formě akcií bez výplaty dividend. Hlavní výhodou Blackova modelu oproti Black-Scholesovu modelu je, že pro stanovení ceny evropské opce používá forwardové, nebo futures ceny.

Předpoklady Blackova modelu jako vývoj cen podkladového aktiva dle geometrického Brownova pohybu s logaritmickými cenami, neměnná bezriziková sazba, konstantní volatilita, spojitý čas a aplikovatelnost modelu pouze na ocenění evropských opcí jsou shodné s Black-Scholesovým modelem.

Cena evropské call opce c a cena evropské put opce p je dle Blackova modelu definována takto,

$$c = e^{-rT} [F_0 N(d_1) - XN(d_2)], \quad (3.39)$$

$$p = e^{-rT} [XN(-d_2) - F_0 N(-d_1)], \quad (3.40)$$

přičemž

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{F_0}{X}\right) + \sigma^2 \frac{T}{2}}{\sigma\sqrt{T}}; \quad d_2 = \frac{\ln\left(\frac{F_0}{X}\right) - \sigma^2 \frac{T}{2}}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}, \quad (3.41)$$

kde F_0 je současná forwardová nebo futures cena, X je realizační cena kontraktu, r je bezriziková úroková sazba (risk-free interest rate), σ je volatilita cen, T je doba do zralosti opce a je dána vztahem $T = \frac{\text{počet obchodních dní do splatnosti opce}}{250}$. Symboly $N(d_1)$

a $N(d_2)$ označují hodnotu funkce kumulativního normovaného normálního rozdělení, e^{-rT} je spojitý diskontní faktor.

3.5.1 Určení vstupních parametrů Blackova modelu

S určením hodnot parametrů F_0 , X , r , T není zásadní problém, opačná situace nastává při výpočtu volatility σ .

V zásadě existují dva přístupy, jak tento parametr stanovit:

- implied volatility, kde se při znalosti F_0 , X , r , T a cen opcí volatilita dopočte přímo z modelu, nebo
- historickým přístupem.

Při výpočtu hodnoty historické volatility se nejprve musí vytvořit časová řada denních výnosů z podkladových futures nebo forwardových kontraktů pomocí přirozených logaritmů, aby bylo možné vypočítat průměrný denní výnos \bar{R}^D , který je určen vztahem

$$\bar{R}^D = \frac{1}{N} \sum_i^N R_i. \quad (3.42)$$

Poté se vypočítá výběrový rozptyl následujícím způsobem,

$$S_{denní}^2 = \frac{1}{N} \sum_i^N (R_i - \bar{R})^2. \quad (3.43)$$

Poté následuje výpočet ročního rozptylu na denní bázi

$$S_{roční}^2 = K S_{denní}^2, \quad (3.44)$$

kde K je počet obchodních dní, jejichž obvyklá hodnota je 250 dní.

K určení roční volatility výnosů, neboli směrodatné odchylky výnosů podkladového aktiva, se použije následující rovnice,

$$\sigma = \sqrt{S_{roční}^2}. \quad (3.45)$$

3.6 Simulace Monte Carlo

Simulace Monte Carlo je efektivní numerický postup, který je vhodné aplikovat při hledání hodnoty finančních derivátů se složitějšími výplatními funkcemi nebo při komplexní povaze podkladových faktorů. Cíl metody simulace Monte Carlo je určení střední hodnoty veličiny, která je výsledkem náhodného děje. V případě elektrických derivátů se může jednat o určení ceny forwardu na elektrickou energii, nebo o určení ceny opce s podkladovým aktivem ve formě forwardového kontraktu na elektrickou energii.

Při aplikaci této metody se nejprve vygeneruje vektor náhodných prvků požadované dimenze. Poté následuje výpočet odpovídající hodnot podkladových aktiv, na jejichž základě se určí výplata derivátu v době zralosti. Po diskontování hodnoty výplaty derivátu v době zralosti bezrizikovou sazbou je zjištěna výchozí hodnota derivátu pro daný scénář. Pro získání co nejpřesnějších výsledků, je nutné tento postup opakovat pro dostatečně velké množství scénářů. Výchozí hodnoty derivátů pro všechny scénáře se nakonec zprůměrují.

Před samotnou simulací cen podkladových aktiv derivátů, je také nezbytné odhadnout deterministickou složku procesu, neboli nalézt trend cen skutečného vývoje cen. Lze uvést geometrický Brownův proces s rostoucím trendem cen podkladového aktiva, který je typický zejména pro instrumenty finančního trhu. Nebo se lze zmínit o mean reversion procesech, jejichž tendencí je navracet se k dlouhodobé rovnovážné cenové úrovni. Toto chování je typické zejména pro úrokové sazby a komodity. A ve vztahu k cenám elektrické energie nelze opomenout jump diffusion procesy, u nichž se navíc k předešlým procesům připojuje skoková komponenta pro vyjádření náhlých cenových skoků.

Zároveň je nutné do procesu podkladového aktiva derivátů zahrnout stochastickou složku, která odráží náhodný vývoj v čase, a která se do modelu zahrnuje prostřednictvím Wienerova procesu, u něhož se předpokládá nezávislost cenových změn v průběhu času.

Simulaci Monte Carlo je možné dělit na simulaci reálnou a simulaci rizikově-neutrální. Reálná simulace slouží například k nalezení hodnoty Value at Risk nebo k hedgingu. Simulace rizikově-neutrální se používá při oceňování finančních derivátů.

3.6.1 Simulace Monte Carlo geometrického Brownova pohybu

Pokud se cena podkladového aktiva S chová podle geometrického Brownova pohybu vyjádřeného stochastickou diferenciální rovnicí (3.10), za použití vztahu,

$$\mu = \alpha + \delta, \quad (3.46)$$

kde μ označuje risk adjusted discount rate, tedy míru stanovenou zahrnutím rizikové prémie k rizikově neutrální míře z důvodu určení současné hodnoty rizikové investice a δ představuje convenience yield, pak lze stochastickou rovnici přepsat do tvaru,

$$dS_t = (\mu - \delta)S_t dt + \sigma S_t dz. \quad (3.47)$$

Rizikově neutrální verze této rovnice se získá nahrazením rizikově upravené diskontní míry μ bezrizikovou úrokovou sazbou tzv. risk-free interest rate r a vypadá následovně,

$$dS_t = (r - \delta)S_t dt + \sigma S_t dz. \quad (3.48)$$

Za použitím logaritmické transformace a aplikace Itoovy lemy lze získat rovnici pro cenovou simulaci reálnou i rizikově neutrální. Reálná simulace GBM je definována jako

$$S_t = S_0 \exp\left[\left(\alpha - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt + \sigma dz\right], \quad (3.49)$$

rizikově-neutrální simulace ceny s použitím trendové konstanty $\alpha = r - \delta$ vypadá takto,

$$S_t = S_0 \exp\left[\left(r - \delta - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt + \sigma dz\right]. \quad (3.50)$$

3.6.2 Simulace Monte Carlo Ornstein-Uhlenbeckova mean reversion modelu

Aritmetická verze Ornstein-Uhlenbeckova mean reversion modelu s logaritmickými cenami, které zabráňují poklesu cen do záporných hodnot, má tvar vyjádřený rovnicí (3.18). S použitím substituce rizikově neutrální složky v mean reversion stochastickém procesu lze získat následující vztah pro simulaci ceny,

$$dS_t = \eta \left[\left(\bar{S} - \frac{\mu - r}{\eta} \right) - S_t \right] dt + \sigma dz, \quad (3.51)$$

kde $\mu - r$ představuje rizikovou premii, vztah $\frac{\mu - r}{\eta}$ vyjadřuje normalizovanou rizikovou premii.

Vztah pro reálnou simulaci S_t vyvíjející se podle Ornstein-Uhlenbeckova mean reversion procesu je definován tímto způsobem,

$$S_t = \exp \left\{ \ln(S_{t-1}) \exp(-\eta dt) + \left[\ln(\bar{S})(1 - \exp(-\eta dt)) \right] - \left[1 - \exp(-2\eta dt) \frac{\sigma^2}{4\eta} \right] + \sigma \sqrt{\frac{1 - \exp(-2\eta dt)}{2\eta}} N(0, 1) \right\}. \quad (3.52)$$

Rizikově-neutrální vztah pro simulaci S_t se od předešlé rovnice liší o přidaný výraz $\frac{\mu - r}{\eta}$,

$$S_t = \exp \left\{ \ln(S_{t-1}) \exp(-\eta dt) + \left[\ln \left(\bar{S} - \frac{\mu - r}{\eta} \right) (1 - \exp(-\eta dt)) \right] - \left[1 - \exp(-2\eta dt) \frac{\sigma^2}{4\eta} \right] + \sigma \sqrt{\frac{1 - \exp(-2\eta dt)}{2\eta}} N(0, 1) \right\}, \quad (3.53)$$

kde $N(0; 1)$ je náhodná proměnná z normovaného normálního rozdělení.

3.6.3 Simulace Monte Carlo Schwartzova mean reversion modelu

Podobnost Schwartzův modelu s modelem Ornstein-Uhlenbecka je zřejmá. Reálná simulace tohoto modelu je dána následující rovnicí

$$S_t = \exp \left\{ \ln(S_{t-1}) \exp(-\eta dt) + \left[\ln \left(\bar{S} - \frac{\sigma^2}{2\eta} - \frac{\mu - r}{\eta} \right) (1 - \exp(-\eta dt)) \right] + \sigma \sqrt{\frac{1 - \exp(-2\eta dt)}{2\eta}} N(0, 1) \right\}. \quad (3.54)$$

Rizikově-neutrální simulaci S_t se od předešlé rovnice liší o přidaný výraz $\frac{\mu - r}{\eta}$,

$$S_t = \exp \left\{ \ln(S_{t-1}) \exp(-\eta dt) + \left[\ln \left(\bar{S} - \frac{\sigma^2}{2\eta} - \frac{\mu - r}{\eta} \right) (1 - \exp(-\eta dt)) \right] + \sigma \sqrt{\frac{1 - \exp(-2\eta dt)}{2\eta}} N(0, 1) \right\}. \quad (3.55)$$

3.7 Procedura inverzní transformace

Proceduru inverzní transformace lze použít, pokud není k dispozici požadované rozdělení pravděpodobnosti reziduí. Pomocí procedury inverzní transformace lze rezidua vygenerovat z vygenerovaných hodnot rovnoměrného rozdělení. Vychází se z toho, že distribuční funkce jsou neklesající, existuje tudíž vzájemně jednoznačné přiřazení mezi náhodnými čísly rovnoměrného rozdělení z intervalu $[0; 1]$ a distribuční funkcí. Obecně tedy platí, že

$$x = F^{-1}(r), \quad (3.56)$$

kde $x \in [a; b]$ jsou náhodná čísla z distribuční funkce F a r jsou generovaná náhodná čísla z rovnoměrného rozdělení. Je tomu tak, poněvadž $F(x) = G(r)$, tedy $x = F^{-1}[G(r)]$, a protože pro rovnoměrné rozdělení na intervalu $[0; 1]$ platí $G(r) = r$.

4 Aplikace a ověření modelů oceňování derivátů na elektřinu na burze Nord Pool

Náplní této kapitoly je srovnání jednotlivých přístupů ocenění derivátů na elektrickou energii. Konkrétně se bude jednat o ocenění opcí s různými realizačními cenami reálně obchodovanými na burze Nord Pool. Oceňovací metody budou aplikovány na call a put opce evropského typu, jejichž podkladovým aktivem je forwardový kontrakt.

Při ocenění bude počítáno s daty získanými z FTP serveru burzy Nord Pool. Výpočty budou zpracovány v tabulkovém programu MS Excel sady MS Office 2007, pro statistické účely bude také využíván sofistikovaný statistický program SPSS 15.0 pro Windows.

Postup práce

Nejprve bude analyzován vývoj podkladového aktiva ve formě forwardového kontraktu a následně bude zkoumáno, dle jakého procesu se forwardový kontrakt chová. U jednotlivých procesů budou odhadnuty jejich parametry. Následně bude vybrán proces s nejlepšími výsledky. V případě přijetí předpokladů pro analytické řešení, bude provedeno ocenění dle Blackova modelu. Dále budou uskutečněna řešení modelů dle simulační metody Monte Carlo. Poté budou výsledky několika metod ocenění porovnány mezi sebou a zároveň i v komparaci s nejlepším modelem ocenění.

4.1 Popis oceňovaných derivátů

Budou oceněny evropské call opce s označením ENOCxxYR-10 a evropské put opce označované jako ENOPxxYR-10, s kterými se reálně obchoduje na burze Nord Pool. Ocenění opce bude provedeno pro jedenáct různých realizačních cen. Podkladovým aktivem těchto opcí bude roční forwardový kontrakt na elektrickou energii na rok 2010 s označením ENOYR-10. Opce budou oceněny za časový interval od 15. 6. 2006, kdy se začalo obchodovat s podkladovým forwardovým kontraktem i s opcemi, do 30. 6. 2008. Při ocenění bude počítáno s bezrizikovou sazbou ve výši 4,27 %¹⁰ stanovenou jako průměrná hodnota ročního Euriboru za oceňovací období od června 2006 do června 2008. Podrobnosti o oceňovaných call a put opcích jsou přehledně uvedeny v následující tabulce 4.1.

¹⁰ Zdroj: <http://www.euribor-rates.eu/euribor-rates-by-year.asp>

Tab. 4.1 Konkrétní parametry oceňovaných opcí

Oceňované deriváty	evropská call opce (ENOCxxYR-10) evropská put opce (ENOPxxYR-10)
Podkladové aktivum	roční forward na elektrickou energii pro rok 2010 (ENOYR-10)
Realizační ceny opcí	$X_1=26$ EUR, $X_2=30$ EUR, $X_3=35$ EUR, $X_4=40$ EUR, $X_5=45$ EUR, $X_6=50$ EUR, $X_7=55$ EUR, $X_8=60$ EUR, $X_9=65$ EUR, $X_{10}=70$ EUR, $X_{11}=75$ EUR
Specifikace opcí	první obchodní den: 15. 6. 2006 poslední obchodní den: 28. 12. 2009 začátek dodací doby: 1. 1. 2010 konec dodací doby: 31. 12. 2010
	velikost kontraktu: 1 MW (base load)
Datum ocenění opcí	časový interval od 15. 6. 2006 do 30. 6. 2008
Bezriziková sazba	$r = 4,27\%$

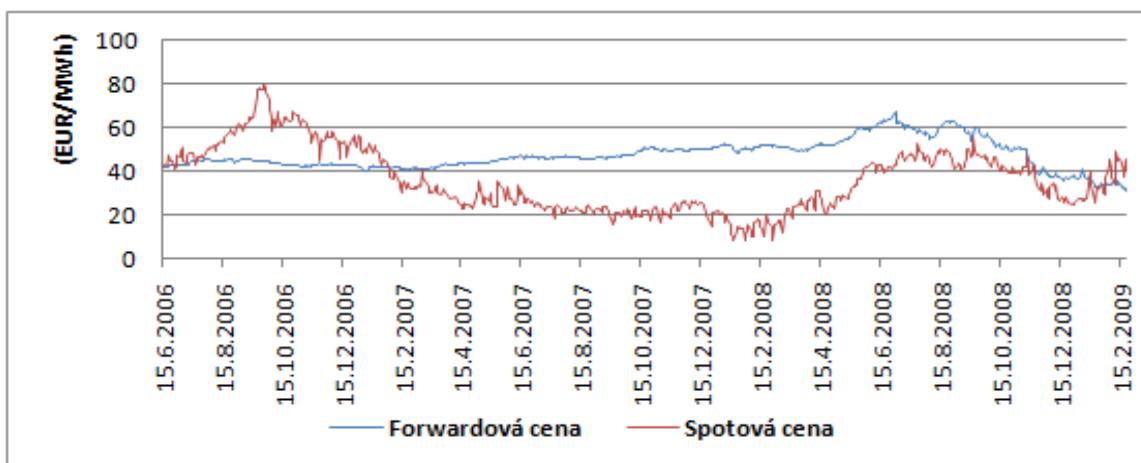
4.2 Vývoj ceny podkladového aktiva

Cena podkladového aktiva, v tomto případě dodací cena neboli delivery price forwardu na elektrickou energii ENOYR-10, se vypočte podle vztahu (3.2), a to $F_t = S_t e^{r(T-t)}$.

Na skandinávském elektroenergetickém trhu existuje velké množství geograficky různých spotových cen elektřiny. Podkladovým aktivem forwardového kontraktu je však tzv. systémová cena, kterou je platná pro celou skandinávskou oblast, a která tedy bude dosazena do výše uvedené rovnice za proměnnou S_t . Tento krok se bude opakovat pro každý obchodní den oceňovacího období a se získá tak časová řada denních dodacích cen forwardového kontraktu. Jelikož lze na FTP serveru burzy Nord Pool nalézt již přímo vypočtené dodací ceny, bude vytvořena časová řada z těchto dodacích cen forwardového kontraktu ENOYR-10 pro jednotlivé obchodní dny. Historický vývoj těchto cen je zobrazen v následujícím grafu 4.1.

Za dvouleté oceňovací období od 15. 6. 2006 do 30. 6. 2008 lze dle výše uvedeného pozorovat pozvolný růst dodacích cen forwardového kontraktu ENOYR-10, konkrétně z ceny 42,40 EUR/MWh na začátku období na cenu 66,25 EUR/MWh na konci období. Celkově za sledované období tedy ceny forwardového kontraktu vzrostly více jak o polovinu své hodnoty. Výraznější růst byl zaznamenán v druhé polovině sledovaného období, přičemž v posledních dvou měsících byl růst nejvíce dramatický. Poté dodací ceny forwardu poměrně prudce klesaly, avšak tento vývoj cen již dále nevstupuje do oblasti ocenění.

Graf 4.1 Vývoj forwardové a spotové ceny od 15. 6. 2006 do 20. 2. 2009



Ve srovnání s dodacími ceny forwardu je vývoj spotových cen elektřiny velmi proměnlivý, dochází k prudkým každodenním výkyvům, zároveň tendence celkového vývoje spotových cen ve sledovaném období je spojena s výraznými růsty i poklesy. Všeobecně by mělo platit, že se zkracováním doby do splatnosti by se dodací ceny forwardových kontraktů měly přibližovat ceně elektřiny na spotovém trhu. Tato závislost je na základě grafu 4.1 potvrzena.

4.3 Odhad procesu podkladového aktiva včetně jeho parametrů

Bude odhadován proces, podle něhož se chová podkladové aktivum. Může se jednat o geometrický Brownův proces s logaritmickými cenami (3.16), nebo mean reversion proces podle Ornstein-Uhlenbeckova geometrického modelu (3.18), nebo podle Ornstein-Uhlenbeckova aritmetického modelu s logaritmickými cenami (3.19), nebo podle Schwartzova modelu (3.22).

Pro odhad parametrů mean reversion modelu se použije regresní metoda nejmenších čtverců, kterou je možno provést v programu Excel v rámci analýzy dat a zvolení funkce regrese. Tato metoda je popsána v kapitole 3.4.1. Jako nezávislé proměnné vystupují hodnoty z historické časové řady denních výnosů, respektive historické časové řady zlogaritmovaných denních výnosů. Závislou proměnnou pak tvoří levá strana jednotlivých mean reversion rovnic. Konkrétní podoba závislých a nezávislých proměnných v mean reversion rovnicích je uvedena v následující tabulce 4.2.

Tab. 4.2 Závislé a nezávislé proměnné mean reversion modelů

Mean reversion model	Závislá proměnná y	Nezávislá proměnná x
O-U geometrický model	$y = \frac{F_t - F_{t-1}}{F_{t-1}}$	$x = F_{t-1}$
O-U aritmetický model s log. cenami	$y = \ln F_t - \ln F_{t-1}$	$x = \ln F_{t-1}$
Schwartzův model	$y = \frac{F_t - F_{t-1}}{F_{t-1}}$	$x = \ln F_{t-1}$

Provedením regresní metody nejmenších čtverců se získají hodnoty regresních koeficientů $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$. Hodnoty parametru σ , úroveň dlouhodobé rovnovážné ceny b a rychlost návratu k této rovnovážné ceně a se poté dopočítají podle vzorců (3.34),

$$a = \frac{\hat{\beta}}{dt}; \quad b = \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\beta}}; \quad \sigma = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{dt}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_t \varepsilon_t^2}}{\sqrt{dt}}.$$

Hodnoty parametrů $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ mean reversion modelů i mean reversion modely byly otestovány na 5% hladině významnosti a byla potvrzena významnost jak parametrů, tak i mean reversion modelů. Hodnoty parametrů $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ a vypočtených parametrů a, b, σ pro jednotlivé mean reversion modely jsou uvedeny v následující tabulce 4.3.

Tab. 4.3 Hodnoty parametrů mean reversion modelů

Mean reversion model	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	a	b	σ
O-U geometrický model	-0,00689	0,00016	-0,04115	41,8504	0,12058
O-U aritmetický model s log. cenami	-0,02855	0,00764	-1,90957	3,73803	0,12065
Schwartzův model	-0,02910	0,00778	-1,94710	3,73639	0,12065

Parametry geometrického Brownova pohybu s logaritmickými cenami $\hat{\alpha}$ a σ byly získány následujícím způsobem, parametr $\hat{\alpha}$ byl vypočten jako průměrná hodnota spojitých denních výnosů forwardového kontaktu a parametr σ byl získán jako směrodatná odchylka spojitých denních výnosů forwardového kontaktu. Jejich hodnoty jsou zobrazeny v následující tabulce 4.4.

Tab. 4.4 Hodnoty parametrů GBM s logaritmickými cenami

Mean reversion model	$\hat{\alpha}$	σ
GBM s logaritmickými cenami	0,0009	0,00768

4.4 Výběr procesu podkladového aktiva

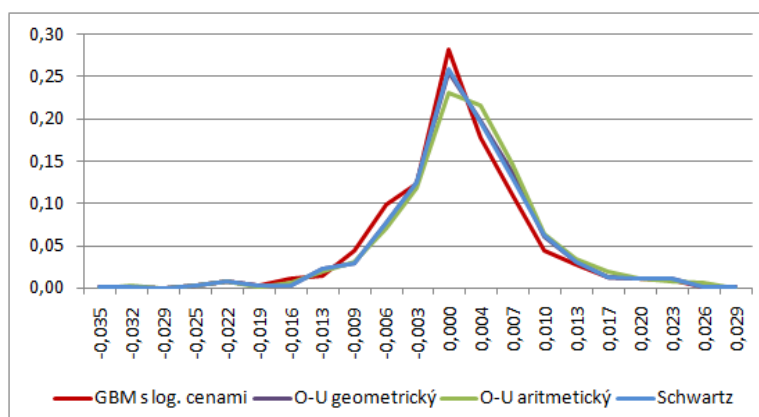
Při výběru procesu, který nejlépe odpovídá cenovému vývoji forwardového kontraktu, jsou hlavními kritérii rozhodování minimální směrodatná odchylka modelu a normalita reziduí modelu. V následující tabulce 4.5 jsou přehledně uspořádány modely dle velikosti směrodatné odchylky od nejmenší po největší. Model GBM s logaritmickými cenami má zřetelně nejnižší směrodatnou odchylku $\sigma_{GBM} = 0,00768 = 0,768 \%$.

Tab. 4.5 Srovnání modelů podle směrodatné odchylky

Pořadí	Model	σ
1.	GBM s logaritmickými cenami	0,00768
2.	O-U geometrický model	0,12058
3.	O-U aritmetický model s log. cenami	0,12065
4.	Schwartzův model	0,12065

Pro výběr nejvhodnějšího procesu je rozhodující také rozdělení reziduí, které by mělo odpovídat normálnímu rozdělení pravděpodobnosti. V tomto případě bude porovnáno rozdělení reziduí pro první dva modely s nejnižší reziduální odchylkou, a to model GBM s logaritmickými cenami a geometrický O-U model. Pro vypočtení reziduí bude použito vztahu (3.35) $\varepsilon = \Delta F - \Delta \hat{F}$. U geometrického Brownova procesu s logaritmickými cenami bude za $\Delta \hat{F}$ dosazen průměrný denní výnos z logaritmických cen forwardového kontraktu za oceňované období. U procesů mean reversion se $\Delta \hat{F}$ stanoví podle vztahu (3.35) $\Delta \hat{F} = \Delta F - \hat{\alpha} - \hat{\beta} \cdot F_{t-1}$. Pro nalezení rozdělení pravděpodobnosti rozdělení reziduí bude využita nejprve funkce ČETNOSTI(data; hodnoty) v programu MS Excel, kdy za data budou vloženy reziduální odchylky a za hodnoty pak meze intervalů, ke kterým mají být data přidělena. Krajní hodnoty intervalů budou určeny pomocí funkcí MIN(.) a MAX(.). Poté se vypočte velikost ekvidistantního intervalu pomocí vztahu $\frac{MAX(.) - MIN(.)}{20}$ a dopočtou se jednotlivé meze. Rozdělení pravděpodobnosti reziduálních odchylek je zobrazeno na grafu 4.2. Podrobnosti ohledně výpočtu rozdělení pravděpodobnosti reziduí jsou uvedeny v příloze č. 1.

**Graf 4.2 Porovnání rozdělení pravděpodobnosti reziduí
u jednotlivých modelů**

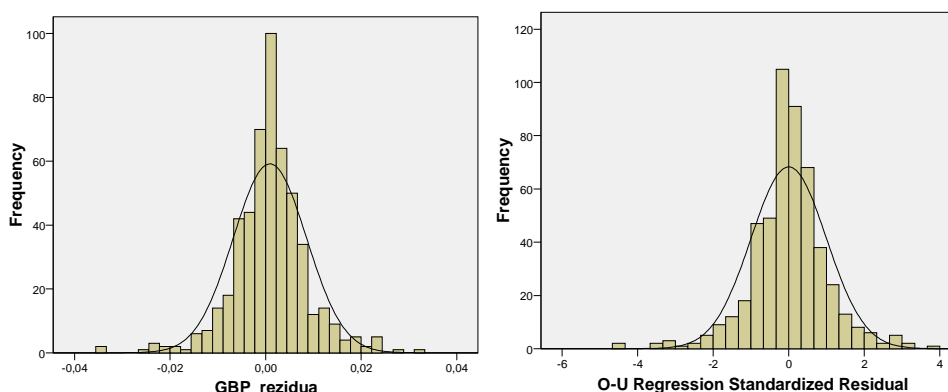


Na výše uvedeném grafu si lze především povšimnout významné špičatosti okolo nuly u všech modelů s výjimkou Schwartzova modelu. Težké konce nejsou příliš výrazné u všech modelů.

Pro hlubší zkoumání normality reziduí byl využíván také statistický program SPSS pro Windows, pomocí něhož lze provádět různé statistické testy. Statistické testování normality reziduí bude dále aplikováno pouze na dva modely s nejnižší směrodatnou odchylkou, a to na model GBM s logaritmičnými cenami a na geometrický O-U model.

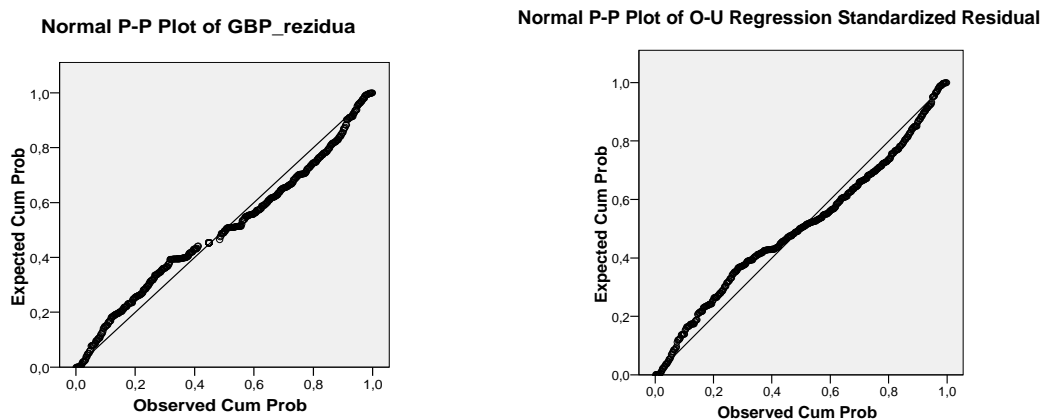
Grafické testování normality reziduí v programu SPSS bylo v první řadě uskutečněno pomocí histogramu rozdělení četností. Histogram porovnává četnosti reziduí v ekvidistantních intervalech s Gaussovou křivkou představující normální rozdělení pravděpodobnosti. Výsledky testu jsou zobrazeny na grafech 4.3 a 4.4. Vlevo je umístěn histogram pro model GBM s logaritmičnými cenami a vpravo je zobrazen histogram plot pro geometrický O-U model. Je zřejmé, že u obou modelů se vyskytuje vysoká špička a tupé konce nejsou příliš výrazné.

Grafy 4.3 a 4.4 Histogramy četností



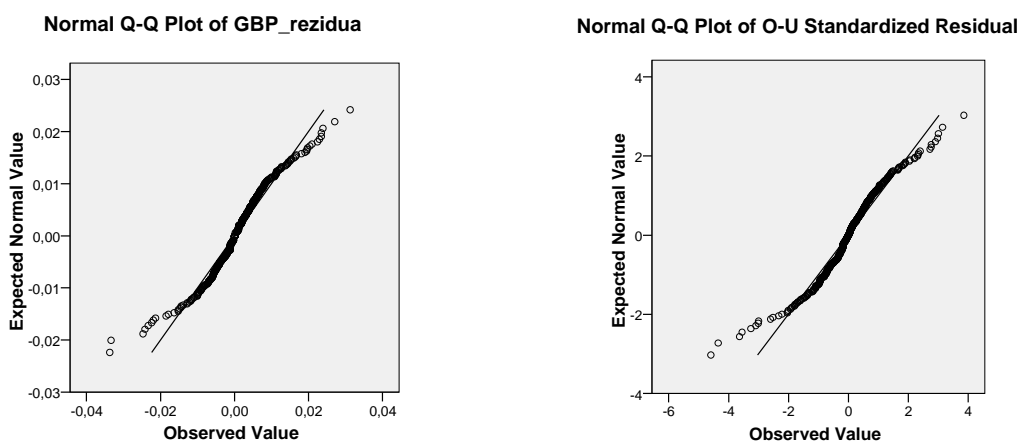
Testování normality reziduí lze provést také prostřednictvím grafického testu P-P Plot pro standardizovaná rezidua. Tento graf porovnává teoretické a naměřené kumulativní pravděpodobnosti a slouží ke zkoumání citlivosti na odchylky ve střední části v okolí módu. Výsledky jsou P-P plotů jsou zobrazeny v následujících grafech 4.4 a 4.6. Vlevo je umístěn P-P plot pro model GBM s logaritmickými cenami a vpravo je zobrazen P-P plot pro geometrický O-U model. Podle toho, že se hodnoty u obou těchto modelů pravidelně vzdalují od linie rovnosti, lze usuzovat, že oba modely nemají normální rozdělení reziduí.

Grafy 4.5 a 4.6 P-P ploty



Testování normality reziduí lze také uskutečnit prostřednictvím grafického testu Q-Q Plot pro standardizovaná rezidua. Tento graf porovnává teoretické a naměřené kvantily slouží ke zkoumání citlivosti na odchylky v oblasti konců. Výsledky Q-Q plot grafů ukazují grafy 4.7 a 4.8, přičemž vlevo jsou opět zobrazeny výsledky pro model GBM s logaritmickými cenami a vpravo pro geometrický O-U model. Dle výsledků obou těchto Q-Q plot grafů lze usuzovat, že u obou modelů se nejedná o normalitu reziduí.

Grafy 4.7 a 4.8 Q-Q ploty



Testování normality reziduí bylo také vykonáno na základě statistického Kolmogorov-Smirnova testu. Rozhodovacím kritériem dle tohoto testu je porovnání Z-statistiky kritické se Z-statistikou vypočtenou, popř. porovnání p -hodnoty se stanovenou hladinou významnosti, v tomto případě na úrovni 5 %. Jelikož p -hodnota byla u obou modelů nižší než hladina významnosti, nulová hypotéza byla zamítnuta a distribuční funkce rozdělení standardizovaných reziduí obou těchto modelů tedy neodpovídá normálnímu rozdělení na stanovené hladině významnosti 5 %. Výsledky obou testů jsou zobrazeny v níže uvedených tabulkách 4.6 a 4.7.

Tab. 4.6 One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test - GBM

Item		GBP_rezidua
N		513
Normal Parameters(a,b)	Mean	0,0008998
	Std. Deviation	0,00768324
Most Extreme Differences	Absolute	0,077
	Positive	0,066
	Negative	-0,077
Kolmogorov-Smirnov Z		1,738
Asymp. Sig. (2-tailed)		0,005

Tab. 4.7 One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test - geometric O-U model

Item		O-U_rezidua
N		513
Normal Parameters(a,b)	Mean	0,0000000
	Std. Deviation	0,99902285
Most Extreme Differences	Absolute	0,082
	Positive	0,066
	Negative	-0,082
Kolmogorov-Smirnov Z		1,864
Asymp. Sig. (2-tailed)		0,002

4.5 Ocenění opcí podle Blackova modelu

U modelu GBM s logaritmickými cenami byla zjištěna nejnižší hodnota směrodatné odchylky, na základě této charakteristiky bylo rozhodnuto, že vývoj podkladového aktiva nejlépe odpovídá tomuto procesu. Pro analytické ocenění opcí pomocí Blackova modelu se kromě předpokladu, že ceny se podkladových instrumentů vyvíjejí podle geometrického Brownova pohybu, mimo jiné předpokládá i normalita reziduí. Tento předpoklad však nebyl dle výše uvedeného statistického testování normality reziduí modelů splněn. Pokud však budeme normalitu reziduí bez ohledu na výsledky předchozích statistických testů nadále

předpokládat, lze toto analytické ocenění opcí uskutečnit a poté výsledky tohoto ocenění dle Blackova modelu porovnat s jinými metodami ocenění opcí.

Teorie týkající se Blackova modelu pro analytické ocenění opcí s podkladovým forwardovým kontraktem je podrobně popsána v kapitole 3.5. Cena call opce s podkladovým aktivem ve formě forwardu se vypočítá podle rovnice (3.39),

$$c = e^{-rT} [F_0 N(d_1) - X N(d_2)].$$

Cena put opce s podkladovým aktivem ve formě forwardu se zjistí dle rovnice (3.40),

$$p = e^{-rT} [X N(-d_2) - F_0 N(-d_1)],$$

kde e^{-rT} je spojitý diskontní faktor, r je bezriziková úroková sazba (risk-free interest rate), která je vypočtena jako průměrná hodnota ročního Euriboru za období od června 2006 do června 2008 a odpovídá hodnotě $r = 4,27 \%$, T je doba do zralosti opce a je dána vztahem

$$T = \frac{\text{počet obchodních dní do splatnosti opce}}{250}.$$

Spojitý diskontní faktor se tedy vypočte jako

$$e^{-rT} = e^{-0,0427 \cdot \text{počet obchodních dní do splatnosti opce} / 250}.$$

F_0 je dodací cena forwardového kontraktu, za níž budou postupně dosazovány ceny ročního forwardu ENOYR-10 pro každý obchodní den z intervalu 15. 6. 2006 – 30. 6. 2008, pro který je prováděno ocenění opcí.

Realizační cena opcí je označena jako X . Ocenění call a put opcí bude postupně provedeno s realizačními cenami $X_1 = 26$, $X_2 = 30$, $X_3 = 35$, $X_4 = 40$, $X_5 = 45$, $X_6 = 50$, $X_7 = 55$, $X_8 = 60$, $X_9 = 65$, $X_{10} = 70$, $X_{11} = 75$.

Symboly $N(d_1)$ a $N(d_2)$ označují hodnotu funkce kumulativního normovaného normálního rozdělení. Při výpočtu jejich hodnot bude použita funkce NORMSDIST(.) v programu MS Excel, přičemž hodnoty d_1 a d_2 se vypočítají pomocí vztahu (3.41),

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{F_0}{X}\right) + \sigma^2 \frac{T}{2}}{\sigma \sqrt{T}}; \quad d_2 = \frac{\ln\left(\frac{F_0}{X}\right) - \sigma^2 \frac{T}{2}}{\sigma \sqrt{T}} = d_1 - \sigma \sqrt{T},$$

kde σ je volatilita cen a odpovídá geometrickému Brownovu modelu s logaritmickými cenami, $\sigma_{GBM} = 0,00768 = 0,768 \%$.

Pro názornost je níže uveden konkrétní příklad analytického řešení dle Blackova modelu pro ocenění call a put opce evropského typu. Ocenění je provedeno k prvnímu dni časového intervalu ocenění, tedy k 15. 6. 2006. K tomuto dni byla dodací cena forwardového

kontraktu F_0 ve výši 42,40 EUR, počet obchodních dní do doby splatnosti byl 891.

Za realizační cenu opce byla zvolena nejnižší realizační cena $X_1 = 26$ EUR.

Cena evropské call opce s podkladovým forwardovým kontraktem ENOYR-10 se vypočte následujícím způsobem:

$$c = e^{-rT} [F_0 N(d_1) - XN(d_2)]$$

$$c = e^{-rT} \left[F_0 N \left(\frac{\ln \left(\frac{F_0}{X} \right) + \sigma^2 \frac{T}{2}}{\sigma \sqrt{T}} \right) - XN \left(\frac{\ln \left(\frac{F_0}{X} \right) - \sigma^2 \frac{T}{2}}{\sigma \sqrt{T}} \right) \right]$$

$$c = e^{-0,0427 \cdot \frac{891}{250}} \left[42,40 N \left(\frac{\ln \left(\frac{42,40}{26} \right) + 0,00768^2 \frac{891/250}{2}}{0,00768 \sqrt{\frac{891}{250}}} \right) - 26N \left(\frac{\ln \left(\frac{42,40}{26} \right) - 0,00768^2 \frac{891/250}{2}}{0,00768 \sqrt{\frac{891}{250}}} \right) \right]$$

Následně po aplikaci funkce NORMSDIST v programu MS Excel činí vypočtená hodnota call opce **$c = 14,12$ EUR.**

Cena evropské put opce s podkladovým forwardem se vypočítá s použitím se stejných vstupních dat následovně:

$$p = e^{-rT} [XN(-d_2) - F_0 N(-d_1)]$$

$$p = e^{-rT} \left[XN \left(-\frac{\ln \left(\frac{F_0}{X} \right) - \sigma^2 \frac{T}{2}}{\sigma \sqrt{T}} \right) - F_0 N \left(-\frac{\ln \left(\frac{F_0}{X} \right) + \sigma^2 \frac{T}{2}}{\sigma \sqrt{T}} \right) \right]$$

$$p = e^{-0,0427 \cdot \frac{891}{250}} \left[26 N \left(-\frac{\ln \left(\frac{42,40}{26} \right) - 0,00768^2 \frac{891/250}{2}}{0,00768 \sqrt{\frac{891}{250}}} \right) - F_0 N \left(-\frac{\ln \left(\frac{42,40}{26} \right) + 0,00768^2 \frac{891/250}{2}}{0,00768 \sqrt{\frac{891}{250}}} \right) \right]$$

Po využití funkce NORMSDIST(.) v programu MS Excel se hodnota put opce za daných podmínek rovná **$p = 0,038$ EUR.**

Tento postup ocenění call a put opcí, jejichž podkladovým aktivem je roční forwardový kontrakt na elektrickou energii ENOYR-10, a jehož ceny se vyvíjejí podle geometrického Brownova pohybu s logaritmickými cenami, je aplikován pro stanovení cen opcí pro každý obchodní den z časového intervalu od 15. 6. 2006 do 30. 6. 2008 a pro každou

realizační cenu X_1 až X_{11} . Analytické výpočty za celé oceňovací období jsou uvedeny v příloze č. 2 pro call opce a v příloze č. 3 pro put opce. Výsledky ocenění opcí jsou uvedeny pro každý první den v měsíci po celou dobu oceňovacího období, přičemž se uvažuje s jedenácti různými realizačními cenami.

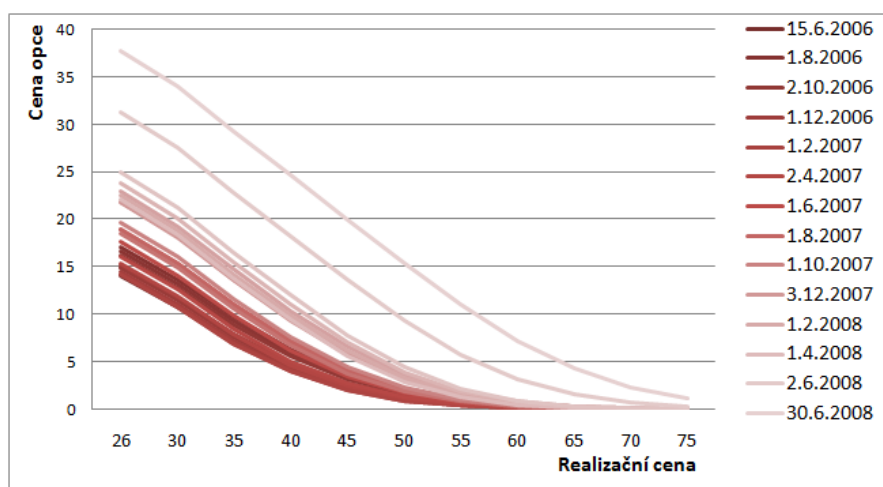
Ceny evropských call a put opcí jsou závislé na závislosti na několika faktorech, mezi které se řadí cena bazického instrumentu a její volatilita, výše bezrizikové sazby, doba do splatnosti a rovněž velikost realizační ceny. V tabulce 4.8 jsou zobrazeny vypočtené ceny call opcí. Ceny opcí jsou uvedeny pro různé dny ocenění, při daných dodacích cenách bazického instrumentu v těchto dnech a při různých realizačních cenách.

Tab. 4.8 Ceny call opcí při různých realizačních cenách pro různé momenty ocenění

Datum	Dny do splatnosti	F_0	Realizační ceny call opcí										
			26	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75
15.6.2006	891	42,40	14,12	10,85	7,21	4,36	2,42	1,25	0,60	0,28	0,12	0,05	0,02
2.10.2006	814	44,65	16,24	12,84	8,90	5,63	3,25	1,73	0,86	0,40	0,18	0,08	0,03
1.2.2007	729	42,00	14,15	10,74	6,91	3,95	2,02	0,93	0,40	0,16	0,06	0,02	0,01
1.6.2007	649	45,68	17,62	14,07	9,84	6,19	3,47	1,75	0,80	0,34	0,13	0,05	0,02
1.10.2007	563	47,63	19,65	16,02	11,60	7,58	4,39	2,25	1,03	0,43	0,16	0,06	0,02
1.2.2008	479	50,50	22,58	18,89	14,32	9,94	6,14	3,34	1,59	0,67	0,26	0,09	0,03
30.6.2008	378	66,25	37,73	33,98	29,30	24,61	19,93	15,33	10,98	7,20	4,28	2,30	1,12

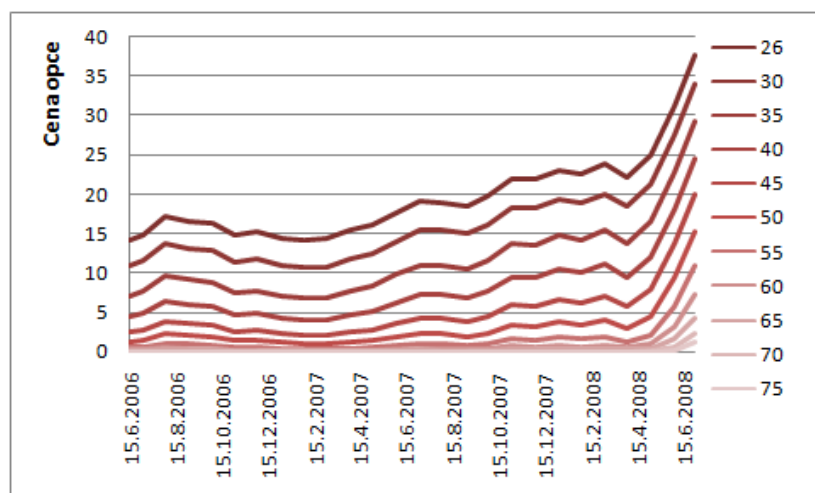
Na základě výše uvedené tabulky platí nepřímá závislost mezi realizační cenou a cenou call opce, s růstem realizační ceny se tedy cena call opce snižuje. Tato skutečnost je dále také zobrazena na grafu 4.9.

Graf 4.9 Závislost ceny call opcí na realizační ceně



Dále je z tabulky 4.8 čitelná závislost, že se zkracováním doby do splatnosti cena call opce roste, přičemž nejvíce tento vztah platí u opcí s nízkými realizačními cenami. Tato skutečnost je podložena grafem 4.10.

Graf 4.10 Závislost ceny call opcí na době do splatnosti



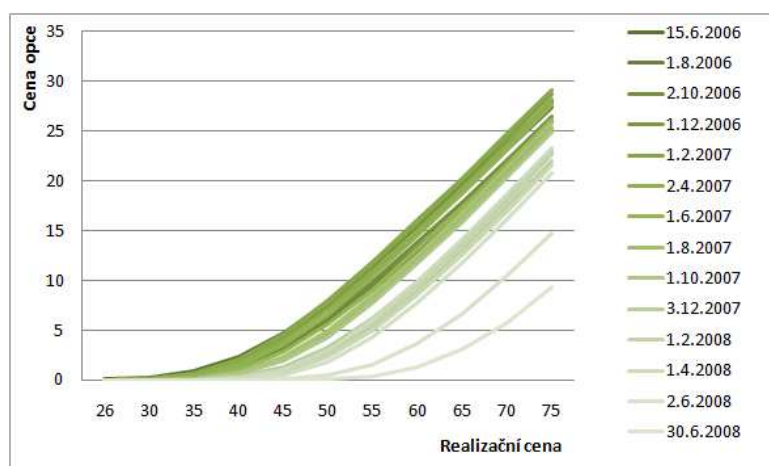
. V tabulce 4.9 jsou ukázány vypočtené ceny put opcí. Ceny opcí jsou uvedeny pro různé data ocenění, při daných dodacích cenách bazického instrumentu v těchto dnech a při různých realizačních cenách.

Tab. 4.9 Ceny put opcí při různých realizačních cenách pro různé momenty ocenění

Datum	Dny do splatnosti	F_0	Realizační ceny put opcí										
			26	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75
15.6.2006	891	42,40	0,04	0,20	0,85	2,30	4,65	7,77	11,43	15,40	19,53	23,76	28,02
2.10.2006	814	44,65	0,01	0,10	0,50	1,58	3,56	6,39	9,86	13,76	17,89	22,14	26,44
1.2.2007	729	42,00	0,02	0,14	0,73	2,19	4,67	8,00	11,88	16,05	20,37	24,74	29,14
1.6.2007	649	45,68	0,00	0,04	0,28	1,10	2,87	5,62	9,14	13,16	17,43	21,82	26,26
1.10.2007	563	47,63	0,00	0,01	0,13	0,65	2,00	4,41	7,73	11,67	15,94	20,38	24,88
1.2.2008	479	50,50	0,00	0,00	0,03	0,26	1,08	2,87	5,74	9,43	13,62	18,06	22,61
30.6.2008	378	66,25	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,09	0,43	1,34	3,10	5,81	9,32

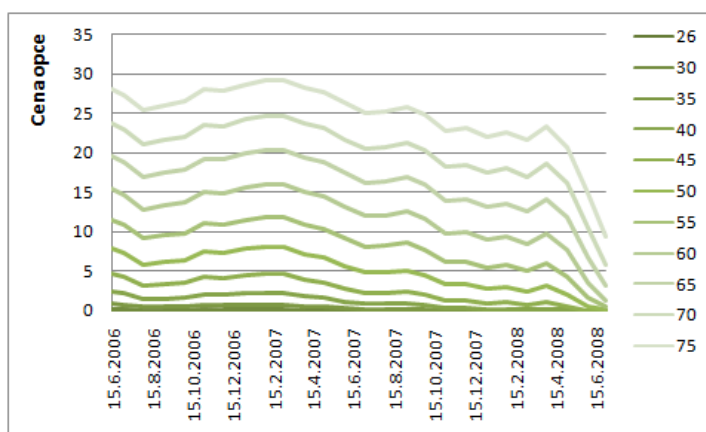
Ve výše uvedené tabulce je potvrzena závislost, že s růstem realizační ceny roste cena put opce, jedná se tedy o opačnou závislost ve srovnání s call opcí. Tato skutečnost také přehledně vystihuje následující graf 4.11.

Graf 4.11 Závislost ceny put opcí na realizační ceně



Zároveň byla zjištěna závislost, že se zkracováním doby do splatnosti se snižuje cena put opce, tentokrát je tato závislost nejvíce patrna u vyšších realizačních cen viz graf 4.12.

Graf 4.12 Závislost ceny put opcí na době do splatnosti



4.6 Ocenění opcí pomocí simulace Monte Carlo

Pro výpočet cen opcí pomocí simulace Monte Carlo bude vytvořena matice možných variant ocenění a výsledky jednotlivých simulací budou poté srovnány. Jednotlivé varianty simulací se budou lišit trendovou složkou podkladového aktiva, která může být vyjádřena geometrickým Brownovým pohybem s logaritmickými cenami, nebo mean reversion geometrickým Ornstein-Uhlenbeckovým modelem. Tyto modely byly vybrány, protože u nich byla zaznamenána nejnižší směrodatná odchylka. Varianty simulací budou odlišeny také podle toho, zda se rezidua budou chovat dle normálního rozdělení pravděpodobnosti, či podle empirického rozdělení pravděpodobnosti. V případě empirického rozdělení pravděpodobnosti bude použita metoda inverzní transformace.

V tabulce 4.10 jsou přehledně zobrazeny jednotlivé varianty simulací, které budou dále aplikovány.

Tab. 4.10 Varianty možných ocenění opcí pomocí simulace

Položka		Trend	
		GBM s logaritmickými cenami	Geometrický O-U
Reziduum	normální rozdělení	Simulace I.	Simulace III.
	empirické rozdělení	Simulace II.	Simulace IV.

Simulace I.

Simulaci prakticky označenou „Simulace I.“ představuje simulace, kdy trend procesu podkladového aktiva se chová podle geometrického Brownova pohybu s logaritmickými cenami a předpokládá se normalita rozdělení pravděpodobnosti reziduí.

Při simulaci se postupuje takto, nejprve se pomocí funkce v Excelu „Generátor pseudonáhodných čísel“ vygeneruje jeden tisíc náhodných proměnných \tilde{z} z normálního rozdělení $N(0;1)$. Tyto hodnoty představují jeden tisíc scénářů. Poté se dopočtou odhadovaná rezidua $\tilde{\epsilon}_k$ pro k -tý scénář podle vztahu $\tilde{\epsilon}_k = \sigma_{GBM} \cdot \tilde{z} \cdot dt$, kde dt při denních datech má hodnotu 1. Následně se vypočítají dodací ceny forwardového kontraktu F_T^k pro k -tý scénář podle vztahu, který je upravenou verzí rovnice (3.50),

$$F_T^k = F_t \exp \left[\left(r - \frac{1}{2} \sigma^2 + \tilde{\epsilon}_k \right) \cdot \left(\frac{T - t_1}{250} \right) \right].$$

Poté následuje výpočet vnitřní hodnoty call opce podle vztahu (2.5), $VH_k = \max(F_k - X; 0)$, a výpočet put opce podle vztahu (3.6), $VH_k = \max(0; X - F_k)$. Vypočítají se střední hodnoty odhadovaných vnitřních hodnot call, nebo put opcí $E[VH]$. Na závěr se spočítá cena call opce a cena put opce podle vztahu $c, p = e^{-r \cdot T} \cdot E[VH]$, kde $e^{-r \cdot T}$ vyjadřuje spojitý diskontní faktor.

Simulace II.

Při simulaci II. se předpokládá, že podkladové aktivum následuje geometrický Brownův proces s logaritmickými cenami a rezidua se řídí empirickým rozdělením pravděpodobnosti. V tomto případě bude uplatněna simulace Monte Carlo s využitím inverzní transformace.

Nejprve se vygenerují náhodné proměnné v počtu jeden tisíc pomocí funkce „Generátor pseudonáhodných čísel“, tentokrát se bude jednat o rovnoměrný typ rozložení pravděpodobnosti. Pomocí funkce v Excelu SVYHLEDAT(hledat; tabulka; sloupec; typ) se odhadnou rezidua pro k -tý scénář $\tilde{\varepsilon}_k$, která budou mít empirické rozdělení pravděpodobnosti. Při zadávání funkce SVYHLEDAT se zadávají do pole tabulka hodnoty empirické distribuční funkce rozdělení reziduí dle geometrického Brownova pohybu s logaritmickými cenami pro jednotlivé ekvidistantní intervaly. Zbývajícím postupem je shodný s předchozím typem simulace I. Dodací ceny forwardů pro jednotlivé scénáře se tedy získají podle vztahu,

$$F_T^k = F_t \exp \left[\left(r - \frac{1}{2} \sigma^2 + \tilde{\varepsilon}_k \right) \cdot \left(\frac{T - t_1}{250} \right) \right].$$

Vnitřní hodnoty call opce se vypočítají podle vztahu (3.5), $VH_k = \max(F_k - X; 0)$. Vnitřní hodnoty put opce se určí podle vztahu (3.6), $VH_k = \max(0; X - F_k)$. Následně se spočítají střední hodnoty odhadovaných vnitřních hodnot call nebo put opcí $E[VH]$. Cena call a put opcí se získá pomocí $c, p = e^{-rT} \cdot E[VH]$.

Simulace III.

Simulace III. je specifická tím, že trend je představován geometrickým Ornstein-Uhlenbeckovým modelem. Jedná se tedy o mean reversion proces vývoje podkladového aktiva. Předpokládá se, že rezidua mají normální rozdělení pravděpodobnosti.

Nejdříve obdobně jako u předchozích typů simulace se vygenerují náhodné proměnné pomocí funkce „Generátor pseudonáhodných čísel“ v počtu jeden tisíc. Jako typ rozložení pravděpodobnosti bude zvoleno normální rozložení. Následně se dopočtou odhadovaná rezidua $\tilde{\varepsilon}_k$ pro k -tý scénář dle vztahu $\tilde{\varepsilon}_k = \sigma_{O-U \text{ geometrický}} \cdot \tilde{z} \cdot dt$, kde $\sigma_{O-U \text{ geometrický}}$ vyjadřuje směrodatnou odchylku geometrického Ornstein-Uhlenbeckova modelu získanou pomocí regresní metody nejmenších čtverců. Následně se dopočítají dodací ceny forwardu pro k -tý scénář podle vztahu

$$F_t^k = F_{t-1} \exp \left[\left(a (b - S_{t-1}) + \tilde{\varepsilon}_k \right) \cdot dt \right],$$

který představuje zjednodušenou verzi pro simulaci Ornstein-Uhlenbeckova modelu podle vzorce (3.54). Dá se říci, že se jedná spíše o obecnou formu simulace na bázi mean reversion procesu. Koeficienty a a b byly při výpočtu převzaty z regresní funkce geometrického Ornstein-Uhlenbeckova modelu. Následující postup je shodný s předcházejícími simulacemi I. a II. Vypočtou se odhadované vnitřní hodnoty call opcí, $VH_k = \max(F_k - X; 0)$ a put opcí,

$VH_k = \max(0; X - F_k)$, pro příslušný k -tý scénář, určí se jejich střední hodnota a nakonec se spočtou ceny call a put opcí pomocí vztahu $c, p = e^{-r \cdot T} \cdot E[VH]$.

Simulace IV.

Při Simulaci IV. se trendová složka řídí opět mean reversion procesem ve formě geometrického Ornstein-Uhlenbeckova modelu. Předpokládá se však empirické rozdělení reziduí, proto bude opět uskutečněna simulace pomocí inverzní transformace. Postup bude následující, nejprve se vygenerují náhodné proměnné v počtu jeden tisíc pomocí funkce „Generátor pseudonáhodných čísel“, přičemž se zároveň zvolí rovnoměrný typ rozložení pravděpodobnosti. Pomocí funkce v Excelu SVYHLEDAT(hledat; tabulka; sloupec; typ) se odhadnou rezidua pro k -tý scénář $\tilde{\varepsilon}_k$, která budou mít empirické rozdělení pravděpodobnosti. Při zadávání funkce SVYHLEDAT se zadají do pole tabulka hodnoty empirické distribuční funkce rozdělení pravděpodobností reziduí geometrického Ornstein-Uhlenbeckova modelu pro jednotlivé ekvidistantní intervaly. Dodací ceny forwardů pro jednotlivé scénáře se určí stejně jako při Simulaci III. podle vztahu,

$$F_t^k = F_{t-1} \exp[(a(b - S_{t-1}) + \tilde{\varepsilon}_k) \cdot dt],$$

kde koeficienty a a b jsou převzaty z regresní funkce geometrického Ornstein-Uhlenbeckova modelu. Poté se získají odhadované vnitřní hodnoty call opcí, $VH_k = \max(F_k - X; 0)$, a odhadované vnitřní hodnoty put opcí, $VH_k = \max(0; X - F_k)$, pro příslušný k -tý scénář, určí se jejich střední hodnota a na konec se spočtou ceny call a put opcí pomocí vztahu $c, p = e^{-r \cdot T} \cdot E[VH]$.

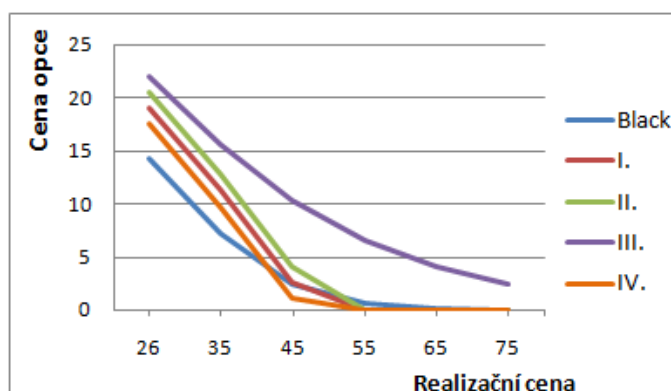
Pro srovnání cen call a put opcí dle jednotlivých simulačních metod bylo zvoleno datum 16. 6. 2006, které leží na začátku sledovaného období forwardového kontraktu, a kdy zbývalo 890 dní do splatnosti opce. Dodací cena forwardu v tento den činila 42,48 EUR/MWh. Ocenění bylo provedeno pro sedm realizačních cen. Výsledky ocenění call opcí jsou zobrazeny v následující tabulce 4.11.

Tab. 4.11 Ocenění call opcí podle jednotlivých typů simulace

Simulace	Realizační cena opce					
	26	35	45	55	65	75
I.	19,0	11,3	2,7	0,0	0,0	0,0
II.	20,4	12,7	4,1	0,0	0,0	0,0
III.	22,0	15,6	10,3	6,5	4,0	2,4
IV.	17,5	9,7	1,2	0,0	0,0	0,0

Ocenění call opcí dle jednotlivých simulačních metod podávají obdobné výsledky, pouze výsledky simulace III. s mean reversion trendem za předpokladu normality reziduí se od zbývajících typů simulací mírně odchyľují. Stejně tak jako u Blackova modelu je i nyní potvrzena nepřímá úměra mezi cenou call opce a velikostí realizační ceny. Při realizační ceně 26 EUR se cena opce pohybuje okolo 20 EUR/MWh, naopak při nejvyšší realizační ceně 75 EUR činí hodnota call opce nula. Ve srovnání s Blackovým modelem jsou ceny call opcí určené simulací nepatrně vyšší viz graf 4.13.

Graf 4.13 Srovnání cen call opcí k 16. 6. 2006



Při ocenění put opcí ke stejnému datu 16. 6. 2006, byla potvrzena opačná kauzalita mezi velikostí realizační ceny a cenou put opce. Výsledky ocenění put opcí dle jednotlivých typů simulace jsou uvedeny v tabulce 4.12.

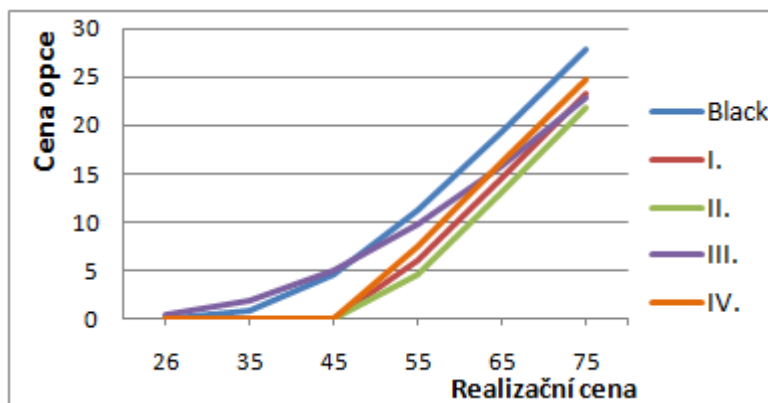
Tab. 4.12 Ocenění put opcí podle jednotlivých typů simulace

Simulace	Realizační cena opce					
	26	35	45	55	65	75
I.	0,0	0,0	0,0	6,0	14,6	23,2
II.	0,0	0,0	0,0	4,5	13,2	21,8
III.	0,3	1,7	5,0	9,8	15,9	22,9
IV.	0,0	0,0	0,1	7,5	16,1	24,8

Při nejnižší realizační ceně 26 EUR cena put opce byl nulová, naopak při nejvyšší realizační ceně 75 EUR se ceny put opcí pohybovaly kolem 22 EUR/MWh. Vývoj cen put opcí v závislosti na realizačních cenách je podobný u všech typů simulace s výjimkou Simulace III, kdy ceny opcí jsou vyšší.

Při porovnání simulačních ocenění opcí s oceněním podle Blackova modelu jsou ceny opcí určené pomocí Blackova modelu vyšší viz graf 4.14.

Graf. 4.14 Srovnání cen put opcí k 16. 6. 2006



4.7 Shrnutí ocenění opcí

Ocenění evropských call opcí ENOCxxYR-10 a evropských put opcí ENOPxxYR-10 bylo provedeno pomocí Blackova modelu, kdy byly vypočteny ceny těchto opcí na denní bázi. Ocenění opcí podle Simulace I. až IV. bylo provedeno pro půlroční diskrétní momenty ekvidistantně oddělené během dvouletém časového oceňovacího intervalu od 16. 6. 2006 do 30. 6. 2008. V první den tohoto oceňovaného intervalu zbývalo 890 obchodních dní do expirace opcí a v poslední den oceňovacího období chybělo 378 dní do data splatnosti opcí.

Během zkoumání vývoje cen call a put opcí oceňovaných pomocí simulací bylo zjištěno, že při ocenění opcí k datům blížícím se době expirace opcí simulace založené na mean reversion trendu poskytují nereálné výsledky. Konkrétně se jednalo o Simulaci III. a Simulaci IV. Důvodem nereálnosti výsledků byla již samotná konstrukce simulace na základě mean reversion modelu, šlo totiž o zjednodušenou verzi simulace, která nebyla přizpůsobena každodennímu cenovému vývoji podkladového aktiva, a předpokládala se nezávislost denních výnosů. U Simulací III. a IV. byly tedy použitím zjednodušené rovnice pro odhad náhodné dodací ceny forwardového kontraktu nasimulovány nadhodnocené ceny, které se poté promítly do výpočtu náhodných vnitřních hodnot opcí a v konečném důsledku se projeví v nadhodnocených cenách call opcí a podhodnocených cenách put opcí. V závěrečném hodnocení cen opcí k datům blížícím se expiraci opcí byly proto simulace III. a IV. vyřazeny a předmětem zkoumání byly výsledky ocenění pomocí

analytického Blackova modelu, Simulace I. a Simulace II. Je nutné zmínit, že všechny tyto typy ocenění jsou založeny na geometrickém Brownově pohybu s logaritmickými cenami.

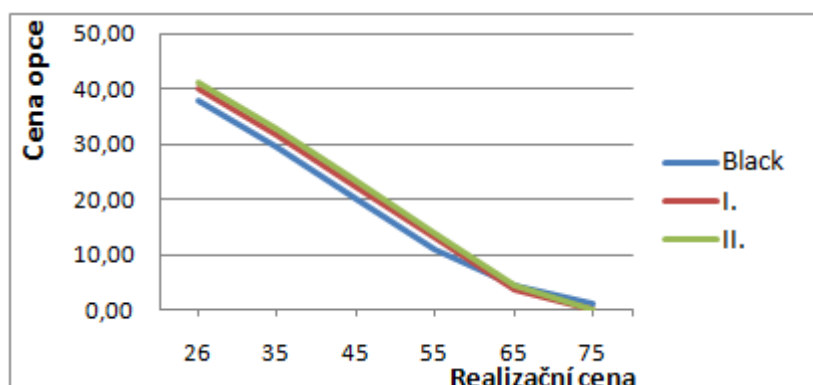
Jednotlivé relevantní výsledky ocenění call a put opcí pomocí simulací Monte Carlo v porovnání s Blackovým modelem jsou předmětem příloh. V příloze č. 4 jsou obsaženy výsledky v tabulkové formě. V příloze č. 5 jsou zobrazeny grafické výsledky.

Na základě zkoumání ocenění opcí byla potvrzena zřejmá nepřímá závislost mezi cenami call opcí a velikostí realizační ceny a přímá závislost cen put opcí a realizační ceny. Dále bylo zjištěno, že se zkracováním doby do splatnosti opcí roste cena call opcí (zejména u nízkých realizačních cen) a snižuje se cena put opcí (zejména u vysokých realizačních cen).

Ze závěrečného hodnocení cen call a put opcí evropského typu pro stanovené dvouleté oceňovací období vyplynulo, že ocenění dle Simulace I. a II. podávají velmi téměř totožné výsledky. Naproti tomu ceny vypočtené podle Blackova modelu jsou mírně podhodnocené u call opcí a nadhodnocené u put opcí. Za nejsprávnější model ocenění byla zvolena simulace II., založená na geometrickém Brownově pohybu s logaritmickými cenami a na empirické rozdělení reziduí. Toto rozhodnutí bylo učiněno z důvodu, že vývoj podkladového aktiva odpovídal nejlépe tomuto procesu, a že pomocí statistických metod nebyla u tohoto modelu prokázána normalita reziduí.

Na následujícím grafu 4.15 je uvedeno ocenění call opcí k poslednímu dni oceňovacího intervalu, a to k 30. 6. 2008. Jako oceňovací metody je použito Blackova modelu, simulace I. a simulace II.

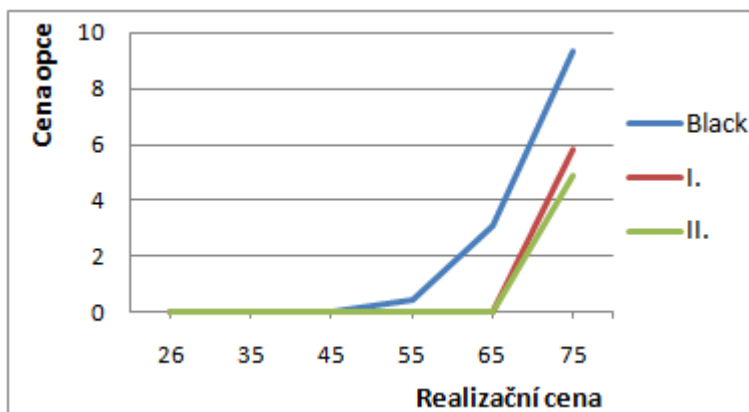
Graf 4.15 Srovnání cen call opcí k 30. 6. 2008



Dle výše uvedeného grafu lze konstatovat, že jednotlivé metody ocenění podávají téměř totožné výsledky, přičemž při uplatnění nejvhodnější metody, simulace II., jsou vykazovány nejvyšší ceny call opcí.

V grafu 4.16 je naopak zobrazeno ocenění put opcí k 30. 6. 2008 použitím Blackova modelu, simulace I. a simulace II.

Graf 4.16 Srovnání cen put opcí k 30. 6. 2008



Na výše uvedeném grafu 4.12 lze pozorovat, že vypočtené ceny put opcí byly výrazně vyšší v případě ocenění dle Blackova modelu. Ocenění dle simulace I. a II. vykazuje obdobné výsledky, přičemž při aplikaci nejsprávnější metody simulace II. jsou ceny opcí nejnižší.

5 Závěr

Cílem práce bylo ověření metod ocenění derivátů na elektrickou energii prakticky aplikovaných na ocenění opčních kontraktů s podkladovým aktivem ve formě forwardového kontraktu, které jsou reálně obchodované na skandinávské energetické burze Nord Pool.

První kapitola byla věnována charakteristice trhu s elektrickou energií na burze Nord Pool. Nejprve jsou popsány specifické vlastnosti elektrické energie, které ji odlišují od ostatních energetických medií i od finančních instrumentů. Dále je obecně představena regulace trhu s elektrickou energií. Další část je zaměřena na skandinávský trh s elektrickou energií, je popsána povaha tohoto trhu, struktura výroby a spotřeby jednotlivých států a mimo jiné i popis významných subjektů na tomto trhu. Dále je nastíněn proces tvorby cen elektrické energie vzájemným střetem nabídky a poptávky a jsou zde uvedeny hlavní faktory ovlivňující cenu elektrické energie na skandinávském trhu. Další podkapitoly se zabývají obecnou charakteristikou kontraktů na elektroenergetickém trhu a riziky obchodování na tomto trhu. Významné postavení v rámci této kapitoly má podkapitola týkající se skandinávské energetické burzy Nord Pool, jako jediné mezinárodní burzy na světě. Nejprve je popsána obecná charakteristika burzy a její hlavní trhy, poté jsou blíže charakterizovány kontrakty obchodované na finančním trhu burzy.

Druhá kapitola je zaměřena na matematicko-statistický aparát nutný pro ocenění elektroenergetických derivátů. Nejprve jsou uvedeny obecné metody ocenění derivátů, a to forwardů a zejména opčních kontraktů. Dále jsou zde popsány typy stochastických procesů, které tvoří základ derivátových oceňovacích modelů, a které umožňují modelovat cenový vývoj v čase a určují pravděpodobnost možných budoucích cen jako funkci spotových, či termínovaných cen a parametrů proměnlivosti v čase. Detailně je popsán geometrický Brownův pohyb. Zároveň jsou charakterizovány procesy mean reversion, konkrétně modely Orsteina a Uhlenbecka a Schwartzův model. Obecně se vývoj cen elektrické energie vyznačuje vysokou volatilitou a častými skoky, právě tato charakteristika zahrnuta v tzv. jump diffusion modelech, které jsou rovněž popsány v této kapitole. Pozornost je dále věnována statistickému odhadu modelu a jeho parametrů, konkrétně se jde o detailní popis metody nejmenších čtverců a statistických testů (t-testu, F-testu a testů normality reziduí). Obsahem kapitoly je rovněž popis analytického Blackova modelu pro oceňování forwardových opčních kontraktů, pro jehož aplikaci je nutné splnění podmínky vývoje podkladového aktiva podle geometrického Brownova pohybu s logaritmickými cenami.

Dále je charakterizována simulace Monte Carlo, s důrazem na rizikově-neutrální simulaci geometrického Brownova pohybu s logaritmickými cenami a simulaci modelů mean reversion v rizikově neutrálním prostředí podle Orsteina a Uhlenbecka a podle Schwartze. V závěru kapitoly je popsána metoda inverzní transformace, kterou je nutné uplatnit v případě, že se rezidua modelu nechovají podle normálního rozdělení pravděpodobnosti.

V třetí kapitole jsou oceňovací přístupy aplikovány na ocenění call a put opcí reálně obchodovaných na burze Nord Pool. Konkrétně se jedná o call opce ENOCxxYR-10 a put opce ENOPxxYR-10, jejichž podkladovým aktivem je roční forwardový kontrakt ENOYR-10 se stejnou dobou splatnosti. Dodací ceny neboli delivery prices tohoto forwardového kontraktu byly získány z FTP serveru burzy Nord Pool. Ocenění opcí je provedeno pro časový interval od 15. 6. 2006, kdy došlo k zahájení obchodování s těmito instrumenty, do 30. 6. 2008, kdy zbývalo 378 dní do data expirace. Před přistoupením k vlastnímu ocenění evropský opcí byl nejprve zkoumán cenový vývoj podkladového aktiva a byl statisticky odhadnut stochastický proces, který tomuto cenovému vývoji nejlépe vyhovoval. Bylo zjištěno, že ceny forwardového kontraktu se vyvíjejí nejlépe podle geometrického Brownova pohybu s logaritmickými cenami, statistickým testováním však normalita reziduí prokázána nebyla. Navzdory tomuto faktu bylo provedeno ocenění opcí dle Blackova modelu s tím, že se normalita reziduí nadále předpokládala. Call i put opce byly tedy oceněny pomocí analytického řešení ke každému obchodnímu dni sledovaného časového intervalu při různých realizačních cenách. Následně bylo přistoupeno k simulačnímu ocenění opcí dle simulace Monte Carlo. Byly stanoveny čtyři varianty ocenění, které byly určeny z hlediska trendu vývoje podkladového aktiva a z hlediska rozdělení pravděpodobnosti reziduí. Z hlediska trendu se jednalo buď o trend podle geometrického Brownova pohybu s logaritmickými cenami, nebo o mean reversion trend podle geometrického Ornsteina Uhlenbeckova modelu. Tyto varianty možných trendů byly vybrány, poněvadž u těchto stochastických procesů byla zjištěna nejnižší směrodatná odchylka. Z hlediska rozdělení pravděpodobnosti reziduí se mohlo jednat také o rozdělení normální, či rozdělení empirické. Pokud se rezidua nechovala podle normálního rozdělení, předpokládalo se tedy rozdělení empirické a v tomto případě byla použita simulace Monte Carlo pomocí metody inverzní transformace.

Výsledky čtyř typů simulací včetně výsledků ocenění dle Blackova modelu byly pak dále porovnány a došlo se k těmto závěrům. Na základě zkoumání ocenění opcí pro stanovený časový interval byla potvrzena zřejmá nepřímá závislost mezi cenami call opcí a velikostí realizační ceny a přímá závislost cen put opcí a realizační ceny. Dále bylo zjištěno,

že se zkracováním doby do splatnosti opcí roste cena call opcí, zejména u nízkých realizačních cen, a snižuje se cena put opcí, zejména u vysokých realizačních cen. S blížící se dobou do splatnosti se prokázalo, že výsledky simulačních metod na bázi mean reversion procesu ztrácejí svou relevantnost z důvodu zjednodušujících předpokladů, proto byly zejména v pozdějších datech ocenění opcí vyloučeny se závěrečného hodnocení. Byla zjištěna podobnost výsledků ocenění dle Blackova analytického modelu s výsledky ocenění dle simulací na bázi geometrického Brownova pohybu s logaritmickými cenami, přičemž za nejvhodnější metodu ocenění byla zvolena simulace II., která nejlépe odpovídala reálné výchozí situaci, a to vývoji podkladového aktiva podle geometrického Brownova pohybu s logaritmickými cenami a nenormalitě rozdělení pravděpodobnosti reziduí. Ceny call opcí při různých realizačních cenách a k různým datům ocenění byly dle této metody nejvyšší v porovnání s ostatními metodami ocenění a u put opcí nejnižší.

Seznam použité literatury

Knižní publikace

- [1] BIELECKI, J.; DESTA, M. *Electricity trade in Europe: review of economic and regulatory challenges*. 1st ed. London: Kluwer Law International, 2004. 350 p. ISBN 9041122796.
- [2] EYDELAND, A.; WOLYNIEC, K. *Energy and power risk management: new developments in modeling, pricing, and hedging*. 1st ed. Canada: John Wiley & Sons, Inc., 2002. 504 p. ISBN 0-471-10400-0.
- [3] DEREK, W. Bunn. *Modelling prices in competitive electricity markets*. 1st ed. Great Britain: Wiley, John & Sons, 2004. 358 p. ISBN-13: 9780470848609.
- [4] HULL, John C. *Options, futures and other derivatives*. 6th ed. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2006. 789 p. ISBN 0-13-149908-4
- [5] LEWIS, Nigel da Costa. *Energy risk Modelling*. 1st ed. Great Britain: Palgrave Macmillan, 2005. 272 p. ISBN-13: 978-1-4039-4300-0.
- [6] PILIPOVIČ. Dragana. *Energy risk: valuing and managing energy derivatives*. 1st ed. New York: McGraw-Hill, 1998. 241 p. ISBN 0-7863-1231-9.
- [7] TICHÝ, T. *Finanční deriváty: Typologie finančních derivátů; Podkladové procesy; Oceňovací modely*. Ostrava: VŠB-TUO, Ekonomická fakulta, 2006. 162 s. ISBN 80-248-1180-4.
- [8] ZMEŠKAL, Z. a kol. *Finanční modely*. 1. vyd. Praha: Ekopress, 2004. 214 s. ISBN 80-86119-87-4.

Elektronické zdroje

1. *Euribor rates* [online]. c2009, [cit.2009-04-20]. Dostupný z WWW: <<http://www.euribor-rates.eu/euribor-2008.asp/>>.
2. *Key World energy statistics* [online]. 2008 [cit.2009-03-04]. Dostupný z WWW: <http://www.iea.org/textbase/nppdf/free/2008/key_stats_2008.pdf>.
3. *Modelling highly volatile and seasonal markets: evidence from the Nord Pool electricity market* [online]. 2004 [cit.2009-03-10]. Dostupný z WWW: <<http://129.3.20.41/eps/em/papers/0303/0303007.pdf>>.
4. *Nordel* [online]. c2008, [cit.2009-04-01]. Dostupné z WWW: <<http://www.nordel.org/Content/Default.asp?PageID=201>>.
5. *Nordic Market report 2008* [online]. 2008 [cit.2009-03-10]. Dostupný z WWW: <https://www.nordicenergyregulators.org/upload/Reports/Nordic%20Market%20Report-2008-final%20for%20public_asp.pdf>.
6. *Nord Pool* [online]. c2009, [cit.2009-04-10]. Dostupný z WWW: <<http://www.nordpool.com/en/>>.
7. *NordREG* [online]. c2009, [cit.2009-04-15]. Dostupný z WWW: <<https://www.nordicenergyregulators.org/>>.
8. *Pricing in Electricity Markets: a mean reverting jump diffusion model with seasonality* [online]. 2005, september [cit.2009-03-10]. Dostupný z WWW: <<http://129.3.20.41/eps/fin/papers/0501/0501011.pdf>>.
9. *Statkraft* [online]. c2009, [cit.2009-03-03]. Dostupný z WWW: <<http://www.statkraft.com/>>.

10. *Svenska Kraftnät* [online]. c2009, [cit.2009-03-03]. Dostupný z WWW:
< <http://www.svk.se/Start/English/>>.
11. *Stochastic processes* [online]. c2009, [cit.2009-03-10]. Dostupný z WWW:
< <http://www.puc-rio.br/marco.ind/stochast.html#gbm>>.
12. TICHÝ, Tomáš. *Deriváty na elektrickou energii* [online]. 2005, září [cit.2009-03-10]. Dostupný z WWW:
< http://www.ekf.vsb.cz/shared/uploadedfiles/cul33/TT_III_electry.pdf>.
13. *Trade at Nord Pool ASA's financial market* [online]. 2008 [cit.2009-03-10]. Dostupný z WWW:
<<http://www.nordpool.com/Documents/Communications/Publications/Product%20reports/ReportFM.pdf>>.
14. *Trh s elektrickou energií v Evropě* [online]. 2008 [cit.2009-03-12]. Dostupný z WWW:
< http://www.pxe.cz/pxe_downloads/Info/pxe_analyza.pdf>.
15. ZMEŠKAL, Zdeněk. a kol. *Liberalizace trhu s elektrickou energií ve světě* [online]. 2005, září [cit.2009-03-10]. Dostupný z WWW:
< http://www.ekf.vsb.cz/shared/uploadedfiles/cul33/Zmeskal_spol1.pdf>.

Seznam zkratek

CER	Certified Emission Reductions
CfD	Contracts for Difference
EUA	European Emission Allowances
GBM	Geometric Brownian Motion
O-U	Ornstein – Uhlenbeck

Seznam tabulek, obrázků a grafů

Tab. 2.1	Podíl jednotlivých typů výroby elektřiny ve Skandinávii
Tab. 2.2	Futures kontrakty na burze Nord Pool
Tab. 2.3	Forwardové kontrakty na burze Nord Pool
Tab. 2.4	Contracts for Difference burzy Nord Pool
Tab. 4.1	Konkrétní parametry oceňovaných opcí
Tab. 4.2	Závislé a nezávislé proměnné mean reversion modelů
Tab. 4.3	Hodnoty parametrů mean reversion modelů
Tab. 4.4	Hodnoty parametrů GBM s logaritmickými cenami
Tab. 4.5	Srovnání modelů podle směrodatné odchylky
Tab. 4.6	One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test – GBM
Tab. 4.7	One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test – O-U model
Tab. 4.8	Ceny call opcí při různých realizačních cenách pro různé momenty ocenění
Tab. 4.9	Ceny put opcí při různých realizačních cenách pro různé momenty ocenění
Tab. 4.10	Varianty možných ocenění pomocí simulace
Tab. 4.11	Ocenění call opcí podle jednotlivých typů simulace
Tab. 4.12	Ocenění put opcí podle jednotlivých typů simulace
Obr. 2.1	Rozložení výroby elektřiny ve Skandinávii dle typu výroby
Obr. 2.2	Výnos z krátké a dlouhé pozice u futures
Obr. 2.3	Výplata z krátké a dlouhé pozice u plain vanilla call a put opcí
Obr. 2.4	Struktura skupiny Nord Pool
Obr. 2.5	Vypořádání futures kontraktů
Obr. 2.6	Vypořádání forwardových kontraktů
Obr. 2.7	Vypořádání kombinace CfD kontraktu
Obr. 2.8	Vyrovnání forwardového a CfD kontraktu při nižší systémové ceně
Obr. 2.9	Vyrovnání forwardového a CfD kontraktu při vyšší systémové ceně
Obr. 2.10	Základní pozice u evropských opčních kontraktů

- Graf 2.1 Výroba a spotřeba elektrické energie ve Skandinávii v roce 2007
- Graf 2.2 Měsíční obrat na spotovém trhu burzy Nord Pool od roku 2001 do roku 2009
- Graf 2.3 Spotřeba elektrické energie během 8. týdne roku 2007 v jednotlivých skandinávských zemích
- Graf 2.4 Náklady jednotlivých druhů výroby elektřiny v závislosti na celkové produkci
- Graf 2.5 Využití capu a flooru
- Graf 4.1 Vývoj forwardové a spotové ceny od 15. 6. 2006 do 20. 2. 2009
- Graf 4.2 Porovnání rozdělení pravděpodobnosti reziduí u jednotlivých modelů
- Graf 4.3 Histogram rozdělení četností – GBM s logaritmickými cenami
- Graf 4.4 Histogram rozdělení četností – geometrický O-U model
- Graf 4.5 P-P plot - GBM s logaritmickými cenami
- Graf 4.6 P-P plot - geometrický O-U model
- Graf 4.7 Q-Q plot - GBM s logaritmickými cenami
- Graf 4.8 Q-Q plot - geometrický O-U model
- Graf 4.9 Závislost ceny call opcí na realizační ceně
- Graf 4.10 Závislost ceny call opcí na době do splatnosti
- Graf 4.11 Závislost ceny put opcí na realizační ceně
- Graf 4.12 Závislost ceny put opcí na době do splatnosti
- Graf 4.13 Srovnání cen call opcí k 16. 6. 2006
- Graf 4.14 Srovnání cen put opcí k 16. 6. 2006
- Graf 4.15 Srovnání cen call opcí k 30. 6. 2008
- Graf 4.16 Srovnání cen put opcí k 30. 6. 2008

Prohlášení o využití výsledků diplomové práce

Prohlašuji, že

- jsem byla seznámena s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo;
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB-TUO) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě bakalářskou práci užít (§ 35 odst. 3),
- souhlasím s tím, že jeden výtisk diplomové práce bude uložen v Ústřední knihovně VŠB-TUO k prezenčnímu nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že údaje o bakalářské práci, obsažené v Záznamu o závěrečné práci, umístěném v příloze mé diplomové práce, budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO,
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona,
- bylo sjednáno, že užít své dílo, diplomovou práci, nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).

V Ostravě dne

.....
jméno a příjmení studenta

Adresa trvalého pobytu studenta:

.....

Seznam příloh

- Příloha č. 1 Rozdělení pravděpodobnosti reziduí u jednotlivých modelů
- Příloha č. 2 Ceny call opcí vypočtené podle Blackova modelu pro první dny v měsíci
v intervalu od 15. 6. 2006 do 30. 6. 2008
- Příloha č. 3 Ceny put opcí vypočtené podle Blackova modelu pro první dny v měsíci
v intervalu od 15. 6. 2006 do 30. 6. 2008
- Příloha č. 4 Výsledky ocenění call a put opcí dle Blackova modelu a dle simulací
Monte Carlo pro jednotlivé diskrétní momenty od 16. 6. 2006
do 30. 6. 2008 ve formě tabulek
- Příloha č. 5 Výsledky ocenění call a put opcí dle Blackova modelu a dle simulací
Monte Carlo pro jednotlivé diskrétní momenty od 16. 6. 2006
do 30. 6. 2008 ve formě grafů
- Příloha č. 6 Mapa přenosové soustavy elektrické energie ve Skandinávii